

Ime i prezime: _____, br. indeksa _____.

Ovaj list se predaje zajedno sa vežbankom!

Sve odgovore na postavljena pitanja upisati na naznačena mesta, a odgovarajuću analizu, obrazloženja odgovora i proračune dati u vežbankama. Svaki tačan odgovor mora biti i obrazložen.

Elektromotorni pogoni

Beograd, 29.12.2023.

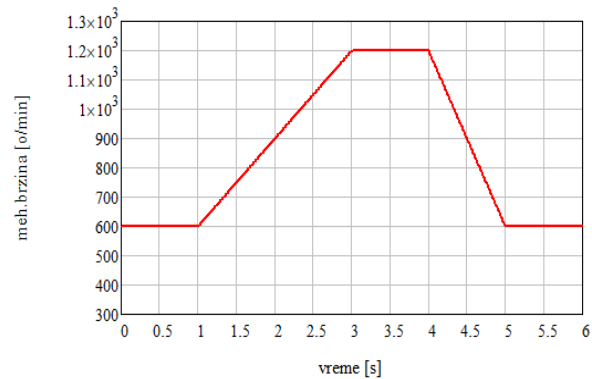
II kolokvijum

Zadatak: Trofazni asinhroni motor napaja se iz naponskog invertora (naponsko napajanje sa promenom statorske učestanosti), u cilju podešavanja brzine. Učestanost se može menjati u opsegu od 0 do nominalne učestanosti. Uz pretpostavljena zanemarenja navedena u podacima o motoru, efektivna vrednost napona napajanja linearno zavisi od učestanosti ($U/f = \text{const.}$). Moment opterećenja je konstantan, ne zavisi od brzine, i ima vrednost polovine nominalnog momenta motora.

Potrebno je ostvariti sledeći dijagram brzine (mehaničke brzine motora):

$$n(t) = \begin{cases} 600 \frac{\text{o}}{\text{min}} & t < 1\text{s} \\ 600 \frac{\text{o}}{\text{min}} + k_1 \cdot (t - 1\text{s}) & 1\text{s} \leq t < 3\text{s} \\ 1200 \frac{\text{o}}{\text{min}} & 3\text{s} \leq t < 4\text{s} \\ 1200 \frac{\text{o}}{\text{min}} - k_2 \cdot (t - 4\text{s}) & 4\text{s} \leq t < 5\text{s} \\ 600 \frac{\text{o}}{\text{min}} & t > 5\text{s} \end{cases}$$

$$k_1 = \frac{1200 \frac{\text{o}}{\text{min}} - 600 \frac{\text{o}}{\text{min}}}{2\text{s}} \quad k_2 = \frac{1200 \frac{\text{o}}{\text{min}} - 600 \frac{\text{o}}{\text{min}}}{1\text{s}}$$



a) Odrediti statorsku učestanost, rotorsku učestanost, efektivne vrednosti faznog napona i struje u ustaljenom stanju pre promene brzine.

Odgovor je na strani: _____ [0,5 poena]

b) Odrediti statorsku učestanost, rotorsku učestanost, efektivne vrednosti napona i struje u ustaljenom stanju posle promene brzine.

Odgovor je na strani: _____ [0,5 poena]

c) Odrediti vremensku zavisnost ubrzanja motora, elektromagnetnog momenta motora, i rotorske učestanosti tokom prikazanog perioda (od 0 do 6 sekundi). Nacrtati vremenski dijagram.

Odgovor je na stani: _____ [1 poen]

d) Odrediti vremensku zavisnost statorske učestanosti i efektivne vrednosti napona statora tokom prikazanog perioda (od 0 do 6 sekundi). Nacrtati vremenski dijagram.

Odgovor je na stani: _____ [1 poen]

Podaci o motoru: Nominalni fazni napon 220V, nominalna struja 5,8A, nominalna brzina 1400 o/min, induktivnost rasipanja $\lambda_s = \lambda_r' = 8,8\text{mH}$, otpor rotora sveden na stator $R_r' = 2,5\Omega$, otpor statora $R_s \approx 0$, međui nduktivnost $M \rightarrow \infty$, nominalna učestanost 50Hz. Ukupan moment inercije pogona je $0,55\text{kgm}^2$. Zanemariti gubitke u gvožđu i elektromagnetne prelazne procese.

Teorijsko pitanje: Nacrtati i ukratko objasniti dve različite principijelne šeme frekventnog pretvarača sa naponskim invertorom za pogon sa asinhronim motorom kod kog je moguć rad motora u režimu generatorskog kočenja.

Odgovor i obrazloženje je na strani: _____ [2 poena]

$$\phi \equiv 2 \cdot \pi \text{ rad} \quad r_j := 1 \quad N_m \equiv N \cdot m$$

$$U_{sn} := 220V \quad f_{sn} := 50\text{Hz} \quad \omega_{sn} := 2 \cdot \pi \cdot f_{sn} \quad n_n := 1400 \frac{\text{o}}{\text{min}} \quad P := 2$$

$$R_{r_} := 2.5\Omega \quad \lambda_s := 8.8\text{mH} \quad \lambda_r := \lambda_s \quad s_n := \frac{\omega_{sn} - P \cdot n_n}{\omega_{sn}} = 0.0667 \quad \text{Mathcad konvertuje jedinice.}$$

$$\omega_{rn} := \omega_{sn} - P \cdot n_n = 20.944 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$I_n := \frac{U_{sn}}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s_n}\right)^2 + \omega_{sn}^2 \cdot (\lambda_s + \lambda_r)^2}} = 5.8A \quad M_{en} := 3 \cdot P \cdot \left(\frac{U_{sn}}{\omega_{sn}}\right)^2 \cdot \frac{R_r \cdot \omega_{rn}}{R_r^2 + \omega_{rn}^2 \cdot (\lambda_s + \lambda_r)^2} = 24.1254 \cdot N \cdot m$$

$$M_m := \frac{M_{en}}{2} = 12.0627 \cdot N \cdot m \quad \Sigma J := 0.55 \text{kg} \cdot m^2$$

$$\omega_b := \omega_{sn} \quad U_b := U_{sn} \quad I_b := I_n \quad M_b := \frac{3 \cdot U_b \cdot I_b}{\frac{\omega_b}{P}} = 24.3863 \cdot N \cdot m$$

$$Z_b := \frac{U_b}{I_n} = 37.9054\Omega \quad L_b := \frac{Z_b}{\omega_b} \quad T_m := \frac{\Sigma J}{M_b} \cdot \frac{\omega_b}{P} = 3.5427 \cdot s \quad m_m := \frac{M_m}{M_b} = 0.4947 \cdot r_j$$

$$\lambda_e := \frac{\lambda_s + \lambda_r}{L_b} = 0.1459 \quad R_r := \frac{R_r}{Z_b} = 0.066 \quad \omega_n := \frac{1400}{1500} = 0.9333 \quad \omega_n \cdot \frac{\omega_b}{P} = 146.6077 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

N: -----

$$\omega_{rpr} := \frac{R_r}{\lambda_e} = 0.4521 \quad \omega_{rpr} \cdot \omega_b = 142.0455 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad m_{pr} := \frac{1}{2 \cdot \lambda_e} = 3.4277 \quad m_{pr} \cdot M_b = 83.59 \cdot N \cdot m$$

$$U_s(\omega_s) := \begin{cases} \left(\frac{U_{sn}}{\omega_{sn}}\right) \cdot \omega_s & \text{if } 0 < \omega_s < \omega_{sn} \\ U_{sn} & \text{otherwise} \end{cases} \quad U_s(\omega_s) := \begin{cases} \omega_s & \text{if } 0 < \omega_s < 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \frac{U_{sn}}{f_{sn}} = 4.4 \text{Wb}$$

$$m_e(\omega_r) := \frac{R_r \cdot \omega_r}{R_r^2 + \omega_r^2 \cdot (\lambda_e)^2}$$

$$i_s(\omega_s, \omega_r) := \frac{U_s(\omega_s)}{\sqrt{\left(R_r \cdot \frac{\omega_s}{\omega_r}\right)^2 + \omega_s^2 \cdot \lambda_e^2}}$$

$$I_s(\omega_s, \omega_r) := \frac{U_s(\omega_s)}{R_r \cdot \frac{\omega_s}{\omega_r} + i \cdot \omega_s \cdot \lambda_e}$$

$$i_s(\omega_s, \omega_r) := \frac{U_s(\omega_s)}{\omega_s} \cdot \frac{|\omega_r|}{\sqrt{R_r^2 + \omega_r^2 \cdot \lambda_e^2}}$$

$$0.4 \cdot \frac{\omega_b}{P} = 600 \cdot \frac{\text{o}}{\text{min}}$$

$$0.8 \cdot \frac{\omega_b}{P} = 1200 \cdot \frac{\text{o}}{\text{min}}$$

$$k_1 := \frac{0.8 - 0.4}{2}$$

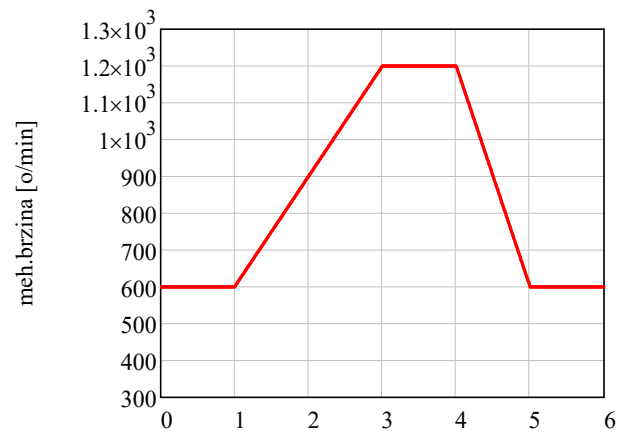
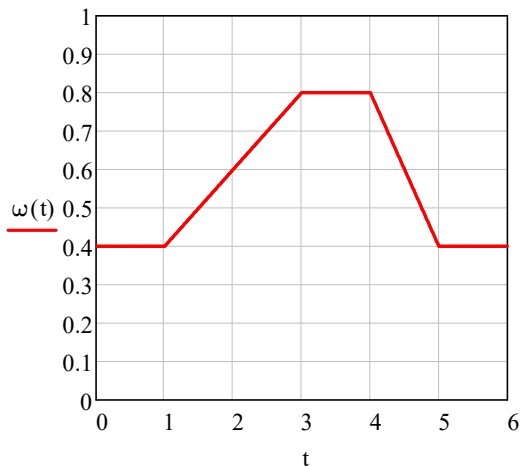
$$k_2 := \frac{0.8 - 0.4}{1}$$

$$\omega(t) := \begin{cases} (0.4 \cdot r_j) & \text{if } 0 \leq t < 1 \\ [0.4 + k_1 \cdot (t - 1)] & \text{if } 1 \leq t < 3 \\ (0.8 \cdot r_j) & \text{if } 3 \leq t < 4 \\ [0.8 - k_2 \cdot (t - 4)] & \text{if } 4 \leq t < 5 \\ (0.4 r_j) & \text{if } 5 \leq t \end{cases}$$

Za prikaz u apsolutnim jedinicama

$$n(t) := \omega(t) \cdot \frac{\omega_b}{P}$$

$$t := 0, 0.01 \dots 6$$



Numeričko rešavanje rotorske učestanosti u ustaljenom stanju:

$$\omega_{rX} := 0.01 \quad \text{Given} \quad m_e(\omega_{rX}) = m_m \quad \omega_{rA} := \text{Find}(\omega_{rX}) = 0.0328 \cdot r_j$$

Rešava se kvadratna jednačina po rotorskoj učestanosti u ustaljenom stanju:

$$3 \cdot P \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s} \right)^2 \cdot \frac{R_r \cdot \omega_{rX}}{R_r^2 + \omega_{rX}^2 \cdot (\lambda_s + \lambda_r)^2} = M_m \quad \frac{U_s}{\omega_s} = \frac{U_{sn}}{\omega_{sn}} \quad \frac{U_{sn}}{\omega_{sn}} = 0.7003 \text{ Wb}$$

$$M_m \left[R_r^2 + \omega_{rX}^2 \cdot (\lambda_s + \lambda_r)^2 \right] - 3 \cdot P \cdot \left(\frac{U_{sn}}{\omega_{sn}} \right)^2 \cdot R_r \cdot \omega_{rX} = 0$$

$$a := 1 \quad b := -3 \cdot P \cdot \left(\frac{U_{sn}}{\omega_{sn}} \right)^2 \cdot \frac{R_r}{M_m} \cdot \frac{1}{(\lambda_s + \lambda_r)^2} = -1.9686 \times 10^3 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Sa opterećenjem se menja samo član "b".

$$c := \frac{R_r^2}{(\lambda_s + \lambda_r)^2} = 2.0177 \times 10^4 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = 1.9583 \times 10^3 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = 10.3031 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Odbacujemo rešenje iznad.

$$\omega_{rA} = 0.0328 \cdot r_j$$

$$\omega_{rA} \cdot \omega_b = 10.3031 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Rešava se kvadratna jednačina po rotorskoj učestanosti u ustaljenom stanju:

$$\frac{R_r \cdot \omega_r}{R_r^2 + \omega_r^2 \cdot (\lambda_e)^2} = m_m \quad \omega_r^2 - \left(\frac{R_r}{m_m} \cdot \frac{1}{\lambda_e^2} \right) \cdot \omega_r + \frac{R_r^2}{\lambda_e^2} = 0$$

$$B := -\frac{R_r}{m_m} \cdot \frac{1}{\lambda_e^2} = -6.2664 \quad C := \frac{R_r^2}{\lambda_e^2} = 0.2044 \quad \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4C}}{2} = 0.0328 \cdot r_j$$

Sa opterećenjem se menja samo član "B"

Podaci iz dijagrama brzine

$$n_A := 600 \cdot \frac{\circ}{\text{min}} \quad n_B := 1200 \cdot \frac{\circ}{\text{min}} \quad \Delta t_1 := 2s \quad \Delta t_2 := 1s$$

Ubrzanje u apsolutnom i relativnom domenu:

$$\alpha_{1-} := \frac{n_B - n_A}{\Delta t_1} = 31.4159 \cdot \frac{\text{rad}}{s^2} \quad \alpha_1 := \frac{\alpha_{1-}}{\frac{\omega_b}{P}} = 0.2 \cdot \frac{r_j}{s} \quad T_m \cdot \alpha_1 = 0.7085$$

Tokom ubrzanja računamo sa ukupnim momentom motora (dinamički + statički)

Apsolutni domen

Relativni domen

$$M_{eC-} := \Sigma J \cdot \alpha_{1-} + M_m = 29.3415 \cdot \text{Nm} \quad m_{eC} := T_m \cdot \alpha_1 + m_m = 1.2032 \quad m_{eC} \cdot M_b = 29.3415 \cdot \text{Nm}$$

Numeričko
rešavanje

Given

$$m_e(\omega_{rx}) = m_{eC}$$

$$\omega_{rC} := \text{Find}(\omega_{rx}) = 0.082$$

$$\omega_{rC} \cdot \omega_b = 25.7494 \cdot \frac{\text{rad}}{s}$$

Rešava se kvadratna jednačina po rotorskoj učestanosti.

Ubrzanje u apsolutnom i relativnom domenu:

$$\alpha_{2-} := \frac{n_A - n_B}{\Delta t_2} = -62.8319 \cdot \frac{\text{rad}}{s^2} \quad \alpha_2 := \frac{\alpha_{2-}}{\frac{\omega_b}{P}} = -0.4 \cdot \frac{r_j}{s} \quad T_m \cdot \alpha_2 = -1.4171$$

$$M_{eD-} := \Sigma J \cdot \alpha_{2-} + M_m = -22.4948 \cdot \text{Nm} \quad m_{eD} := T_m \cdot \alpha_2 + m_m = -0.9224 \quad m_{eD} \cdot M_b = -22.4948 \cdot \text{Nm}$$

Numeričko
rešavanje

Given

$$m_e(\omega_{rx}) = m_{eD}$$

$$\omega_{rD} := \text{Find}(\omega_{rx}) = -0.062$$

$$\omega_{rD} \cdot \omega_b = -19.472 \cdot \frac{\text{rad}}{s}$$

Rešava se kvadratna jednačina po ω_r

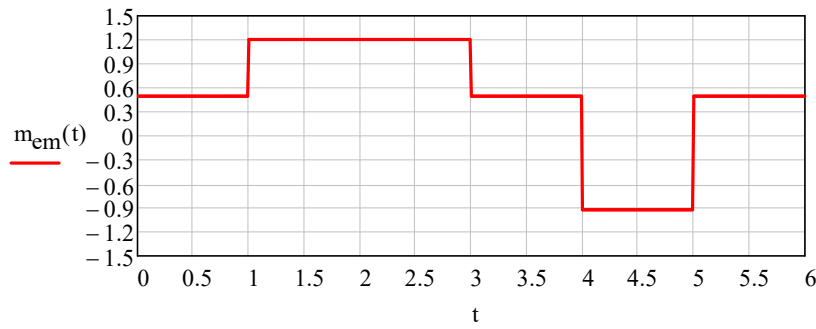
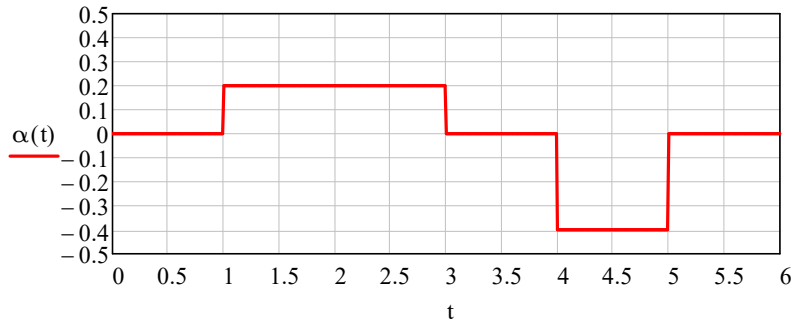
Sada imamo podatke o ubrzanjima i momentu motora

$$\alpha(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq t < 1 \\ \alpha_1 & \text{if } 1 \leq t < 3 \\ 0 & \text{if } 3 \leq t < 4 \\ \alpha_2 & \text{if } 4 \leq t < 5 \\ 0 & \text{if } 5 \leq t \end{cases} \quad m_{em}(t) := \begin{cases} m_m & \text{if } 0 \leq t < 1 \\ m_{eC} & \text{if } 1 \leq t < 3 \\ m_m & \text{if } 3 \leq t < 4 \\ m_{eD} & \text{if } 4 \leq t < 5 \\ m_m & \text{if } 5 \leq t \end{cases}$$

$$m_m = 0.4947 \quad m_m \cdot M_b = 12.0627 \cdot \text{Nm}$$

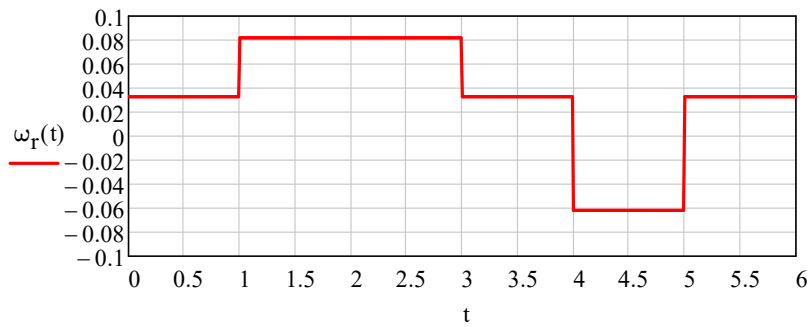
$$m_{eC} = 1.2032 \quad m_{eC} \cdot M_b = 29.3415 \cdot \text{Nm}$$

$$m_{eD} = -0.9224 \quad m_{eD} \cdot M_b = -22.4948 \cdot \text{Nm}$$



$$\omega_r(t) := \begin{cases} \omega_{rA} & \text{if } 0 \leq t < 1 \\ \omega_{rC} & \text{if } 1 \leq t < 3 \\ \omega_{rA} & \text{if } 3 \leq t < 4 \\ \omega_{rD} & \text{if } 4 \leq t < 5 \\ \omega_{rA} & \text{if } 5 \leq t \end{cases}$$

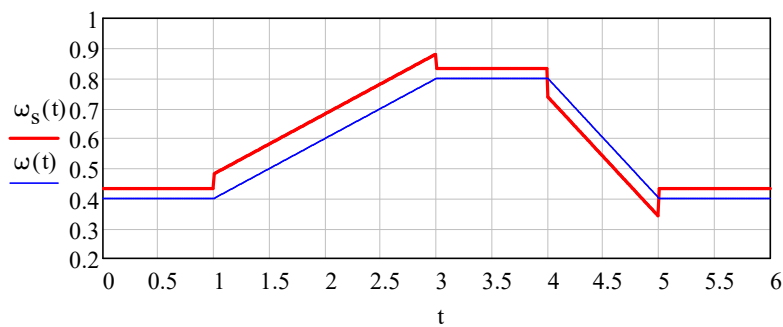
$$\begin{aligned} \omega_{rA} &= 0.0328 & \omega_{rA} \cdot \omega_b &= 10.3031 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \omega_{rC} &= 0.082 & \omega_{rC} \cdot \omega_b &= 25.7494 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \omega_{rD} &= -0.062 & \omega_{rD} \cdot \omega_b &= -19.472 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{aligned}$$



Vremenska promena rotorske učestanosti.

Vremenska promena statorske učestanosti i vrednosti pre i posle promene ubrzanja

$$\omega_s(t) := \omega(t) + \omega_r(t) \quad \omega_{sA} := 0.4rj + \omega_{rA} = 0.4328 \quad \omega_{sB} := 0.8rj + \omega_{rA} = 0.8328$$



$$\omega_{sA} \cdot \omega_b = 135.9668 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

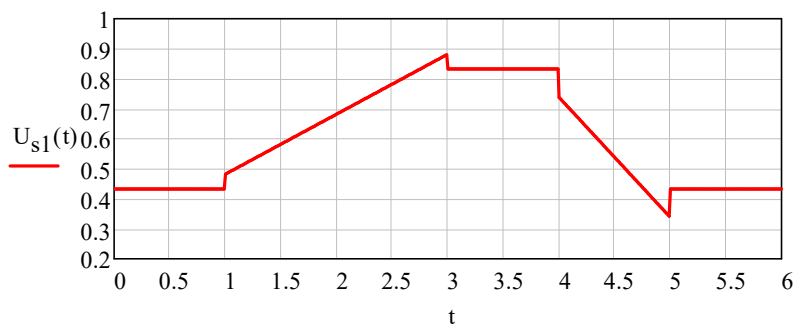
$$\omega_{sA} \cdot f_{sn} = 21.6398 \text{ Hz}$$

$$\omega_{sB} \cdot \omega_b = 261.6305 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_{sB} \cdot f_{sn} = 41.6398 \text{ Hz}$$

$$U_{s1}(t) := U_s(\omega_s(t))$$

Vremenska promena napona je srazmerna vremenskoj proemni statorske učestanosti.



$$I_{sA} := i_s(\omega_{sA}, \omega_{rA}) = 0.496$$

$$I_{sA} \cdot I_b = 2.8785 \text{ A}$$

Efektivna vrednost struje

$$I_{sB} := i_s(\omega_{sB}, \omega_{rA}) = 0.496$$

$$I_{sB} \cdot I_b = 2.8785 \text{ A}$$

Ista je vrednost struje za obe tačke ustaljenog stanja.

$$U_{sA} := U_s(\omega_{sA}) = 0.4328$$

$$U_{sA} \cdot U_b = 95.2151 \text{ V}$$

Efektivna vrednost napona statora

$$U_{sB} := U_s(\omega_{sB}) = 0.8328$$

$$U_{sB} \cdot U_b = 183.2151 \text{ V}$$

Napon je veći na većoj brzini.