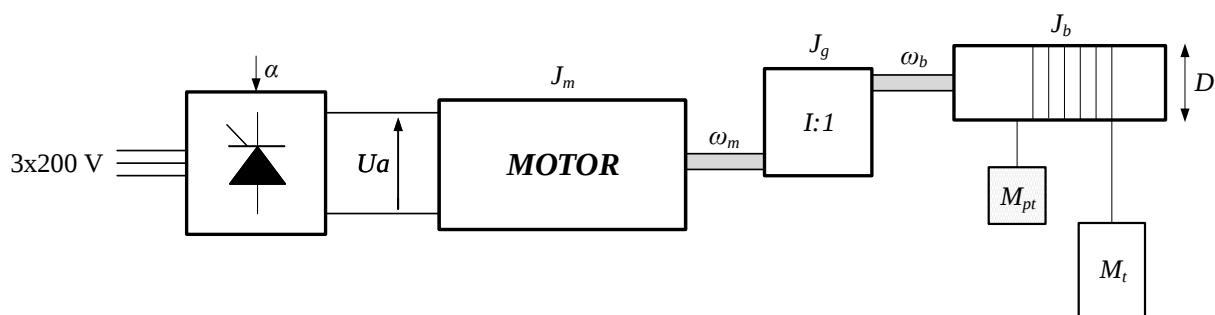


Zadatak: Motor jednosmerne struje sa stalnom, nezavisnom i nominalnom pobudom koristi se za pokretanje dizalice. Indukt motora napaja se iz punoupravljivog trofaznog tiristorskog mosta. Efektivna vrednost linijskog napona napajanja tiristorskog mosta je 200V.

O dizalicu je okačen teret mase $M_t = 3000\text{kg}$, kao i protivteg mase $M_{pt} = 1000\text{kg}$. Reaktivna komponenta momenta opterećenja ima stalnu vrednost u iznosu od 10% nominalnog momenta motora. Odgovoriti na sledeća pitanja:

- Za koju vrednost ugla paljenja trofaznog tiristorskog mosta će se ostvariti dizanje tereta stalnom brzinom $v = 0,4 \text{ m/s}$?
- Na koju vrednost treba promeniti ugao paljenja tiristorskog mosta tako da se teret drži u stanju mirovanja (bez oslonca), bez korišćenja mehaničke kočnice?
- Ako se pogon nalazio u ustaljenom stanju opisanom pod a) i ugao paljenja tiristorskog mosta se naglo promeni na vrednost izračunatu pod b), odrediti trajanje prelaznog procesa do dostizanja novog ustaljenog stanja.

Podaci: $P_n = 8,5 \text{ kW}$; $U_{an} = 220 \text{ V}$; $I_{an} = 48 \text{ A}$; $n_n = 870 \text{ o/min}$; $R_a = 0,426 \Omega$; $L_a \approx 0 \text{ mH}$; $D = 0,5 \text{ m}$; $J_m = 0,1 \text{ kgm}^2$; $J_g = 0,3 \text{ kgm}^2$; $J_b = 3 \text{ kgm}^2$; $I = 52$;



Napomene: Zanimariti efekat prekidnih struja kod tiristorskog mosta, kao i uticaj komutacionih induktivnosti. Moment inercije reduktora dat je sveden na ulaznu brzinu.

Izraz za srednju vrednost napona na izlazu is trofaznog punoupravljivog tiristorskog ispravljača:

$$U_a = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_l \cos \alpha$$

Rešenje:

Za rešavanje zadatka u relativnim jedinicama, potrebno je usvojiti uobičajeni sistem baznih vrednosti:

$$\text{Osnovne bazne veličine} \quad U_{ab} = U_{an}; I_{ab} = I_{an}; \omega_b = \omega_n$$

$$\text{Izvedene bazne veličine:} \quad R_{ab} = \frac{U_{ab}}{I_{ab}}; \psi_{fb} = \frac{U_{ab}}{\omega_b}; M_b = I_{ab} \cdot \psi_{fb}; T_m = \Sigma J \frac{\omega_b}{M_b}$$

- a) U cilju određivanja ukupnog momenta opterećenja, na početku je potrebno odrediti nominalnu vrednost fluksa pobude i nominalni moment motora.

$$\omega_n = n_n \frac{2\pi}{60} = 91,106 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad (1)$$

$$\psi_{fn} = \frac{U_{an} - R_a I_{an}}{\omega_n} = 2,19 \text{Wb}; \quad (2)$$

$$\psi_{fn^*} = 1 - R_{a^*}$$

$$M_{en} = I_{an} \psi_{fn} = 105,136 \text{Nm}; \quad (3)$$

$$M_{en^*} = I_{an^*} \cdot \psi_{fn^*} = \psi_{fn^*}$$

Moment opterećenja na vratilu pogonskog motora, koji potiče od tereta i protivtega, iznosi:

$$m_{mt} = (M_t - M_{pt}) g \frac{D}{2I} = 94,295 \text{Nm}, \quad (4)$$

$$m_{mt^*} = 0,8135 r.j.$$

i ima potencijalnu prirodu. Reaktivni moment opterećenja ima stalnu vrednost koja za pozitivne vrednosti brzine iznosi:

$$m_{mr} = 0,1 \cdot M_{en} = 10,514 \text{Nm}. \quad (5)$$

$$m_{mr} = 0,0907 r.j.$$

Pošto su određene vrednosti momenta opterećenja, potrebno je odrediti napon napajanja indukta motora pri kojem se teret podiže brzinom $v_c = 0,4 \text{ m/s}$. Ovoj brzini odgovara sledeća brzina obrtanja vratila motora:

$$\omega_A = v_c \frac{2I}{D} = 83,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \quad (6)$$

$$\omega_{A^*} = 0,913 r.j.$$

Ukupni moment opterećenja pri ovoj brzini iznosi:

$$m_{mA} = m_{mt} + m_{mr} = 104,808 Nm. \quad (7)$$

$$m_{mA*} = 0,9042 r.j.$$

Da bi se pri momentu opterećenja m_{mB} jednosmerni motor obrtao brzinom ω_{mA} , potreban je napon indukta:

$$U_{aA} = R_a \frac{m_{mA}}{\psi_{fn}} + \psi_{fn} \omega_{mA} = 202,619 V. \quad (8)$$

$$U_{aA*} = 0,921 r.j.$$

Imajući u vidu da je srednja vrednost napona na izlazu iz punoupravljivog trofaznog tiristorskog ispravljača data izrazom:

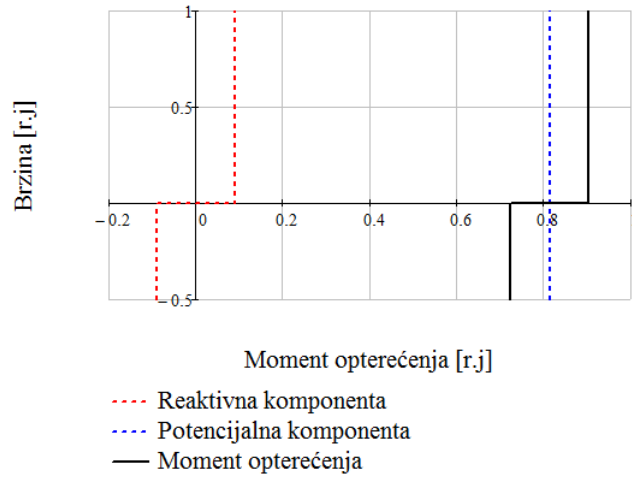
$$U_a = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_l \cos \alpha, \quad (9)$$

uvršćavanjem vrednosti iz (8) umesto napona U_a u izrazu (9), dobija se da je željeni ugao paljenja tiristorskog mosta:

$$\alpha_A = 41,394^\circ. \quad (10)$$

b) Da bi se teret nalazio u stanju mirovanja, brzina obrtanja pogonskog motora treba da je $\omega_B = 0$, dok pogonski moment mora da bude jednak momentu opterećenja pri toj brzini. Dok motor stoji, brzina obrtanja je jednaka nuli, tako da imamo višeznačnu funkciju reaktivne karakteristike opterećenja, prikazanu na slici 1. Teret će biti u stanju mirovanja ukoliko pogonski motor razvija moment u opsegu:

$$\begin{aligned} m_m &\in (m_{mt} - m_{mr} \dots m_{mt} + m_{mr}); \\ m_m &\in (83,781 \dots 104,808) Nm. \\ m_m &\in (0,7228 \dots 0,9042) r.j. \end{aligned} \quad (11)$$



Slika 1. Statička karakteristika momenta opterećenja

Pored navedenih graničnih vrednosti, može se uzeti i tačka na sredini opsega:

$$\begin{aligned} m_{eB} &= m_{mt} = 94,295 Nm \\ m_{eB*} &= 0,8135 r.j. \end{aligned} \quad (12)$$

Da bi pri brzini obrtanja jednakoj nuli jednosmerni motor stvarao momente određen u (11), napon indukta jednosmernog motora treba da bude u opsegu:

$$\begin{aligned} U_{aB} &= R_a \frac{m_{eB}}{\psi_{fn}} + \psi_{fn} \omega_B = R_a \frac{m_m}{\psi_{fn}} = (16,295 \dots 20,384) V . \\ U_{aB*} &= (0,074 \dots 0,093) r.j. \end{aligned} \quad (12)$$

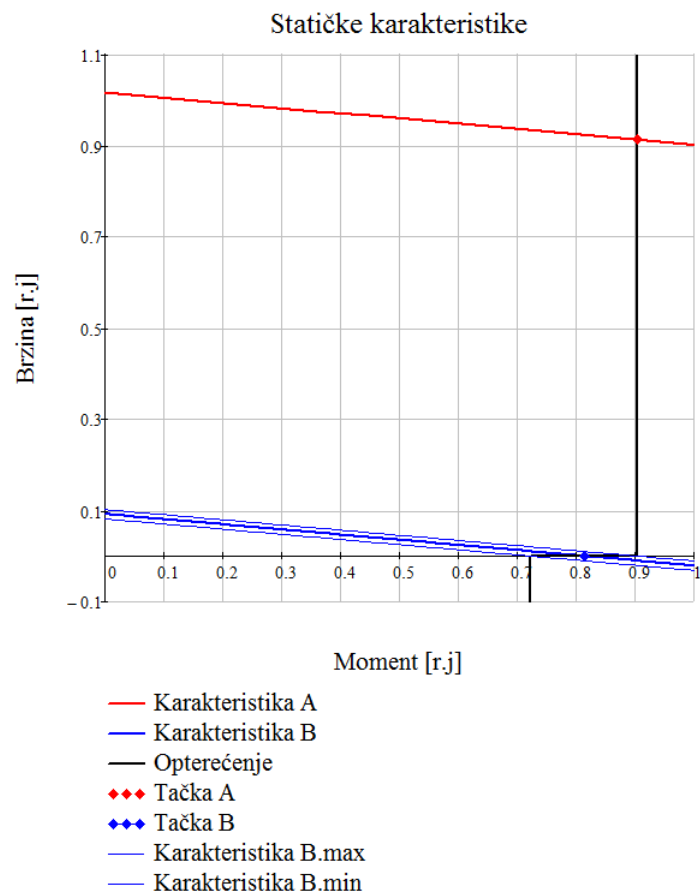
Ovaj opseg napona napon se ima pri uglu paljenja tiristora:

$$\alpha_B \in (86,541^\circ \dots 85,672^\circ) . \quad (13)$$

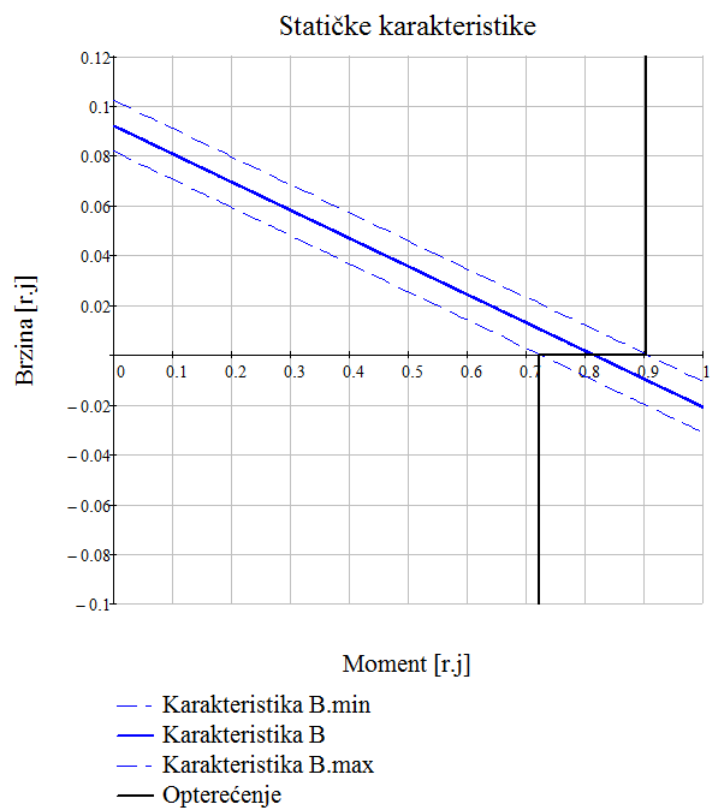
Napon indukta koji odgovara sredini opsega je $U_{aB} = 18,34V$ odnosno $U_{aB*} = 0,083 r.j.$, koji se ima pri uglu paljenja $\alpha_B = 86,107^\circ$.

Važno je napomenuti da sva rešenja koja su u navedenom opsegu za moment, odnosno napon indukta ili ugao paljenja predstavljaju tačno rešenje.

Statičke karakteristike su date na slikama 2. i 3.



Slika 2. Prikaz statičkih karakteristika za režime rada pod a) i b)



Slika 3. Prikaz mogućih statičkih karakteristika u režimu pod b)

c) Pri nagloj promeni ugla paljenja tiristorskog mosta, menja se i mehanička karakteristika jednosmernog motora, na način da se pri konstantnoj brzini promeni struja indukta (moment) motora, tako da radna tačka pređe na novu karakteristiku. Pri brzini ω_{mA} i novom uglu paljenja, struja koju bi razvijao motor je negativna, ali zbog prirode ispravljača struja opada samo do nule. Pogonski moment je tada jednak nuli, pa pod uticajem momenta opterećenja motor usporava.

Kao i u slučaju pod b), i u ovom delu zadatka može se izabrati proizvoljna vrednost ugla paljenja iz opsega navedenog u (10), treba izabrati jednu logičnu vrednost za dalje rešavanje zadatka. Logičan izbor su vrednosti na krajevima opsega, ili na sredini opsega. U daljem tekstu rešenja izabrana je tačka na sredini opsega karakteristike opterećenja pri nultoj brzini (mirovanju).

Ponovo napominjemo da postoji više tačnih rešenja, i da dobijeni rezultat zavisi od izabrane vrednosti napona ili ugla paljenja (izabranog pod b).

Zbog uvažene pretpostavke da je $L_a \approx 0$ mH, period za koji struja padne na vrednost nula se zanemaruje, tako da prelazni proces možemo da podelimo na dva intervala:

- Interval u toku kojeg brzina opada sa vrednosti ω_A na vrednost ω_{B0} , odnosno do brzine idealnog praznog hoda za karakteristiku određenu u b).
- Interval u toku kojeg brzina opada sa vrednosti ω_{B0} do $0,01 \cdot \omega_{B0}$, što je blisko nultoj brzini.

U prvom intervalu pogonski moment je jednak nuli, a moment opterećenja određen je zbirom potencijalne i reaktivne komponente, te je Njutnova jednačina za ovaj režim rada:

$$\begin{aligned} \Sigma J \frac{d\omega}{dt} &= 0 - (m_{mt} + m_{mr}) \\ T_m \frac{d\omega_*}{dt} &= 0 - (m_{mt*} + m_{mr*}) \end{aligned} \quad (14)$$

U prethodnoj jednačini ΣJ predstavlja ekvivalentni moment inercije pogona svedenog na vratilo motora. Vrednost ovog momenta inercije, kao i mehaničke vremenske konstante data je sledećim izrazima:

$$\begin{aligned} \Sigma J &= J_m + J_g + \frac{1}{I^2} \left(J_b + (M_t + M_{pt}) \frac{D^2}{4} \right) = 0,494 \text{ kgm}^2 \\ T_m &= \Sigma J \frac{\omega_b}{M_b} = 0,388 \text{ s} \end{aligned} \quad (15)$$

Trajanje prvog intervala se dobija integracijom jednačine (14):

$$\frac{\Sigma J}{-(m_{mt} + m_{mr})} \int_{\omega_A}^{\omega_{B0}} d\omega = \int_0^{t_1} dt \quad (16)$$

$$\frac{T_m}{-(m_{mt*} + m_{mr*})} \int_{\omega_{A*}}^{\omega_{B0*}} d\omega = \int_0^{t_1} dt$$

Brzina idealnog praznog hoda pri naponu $U_{aB} = 18,34V$ ($U_{aB*} = 0,083r.j.$) je:

$$\omega_{B0} = \frac{U_{aB}}{\psi_{fn}} = 8,373 \frac{rad}{s},$$

$$\omega_{B0*} = 0,0919r.j. \quad (17)$$

te je traženo vreme:

$$t_1 = \frac{\omega_A - \omega_{B0}}{(m_{mt} + m_{mr})} \cdot \Sigma J = 0,3524s$$

$$t_1 = \frac{\omega_{A*} - \omega_{B0*}}{(m_{mt*} + m_{mr*})} \cdot T_m = 0,3524s \quad (18)$$

U drugom intervalu, radna tačka se kreće po mehaničkoj karakteristici, pa je pogonski moment dat izrazom:

$$m_e(\omega) = \frac{U_{aB} - \omega \cdot \psi_{fn}}{R_a} \psi_{fn} = U_{aB} \frac{\psi_{fn}}{R_a} - \frac{\psi_{fn}^2}{R_a} \omega. \quad (19)$$

Njutnova jednačina kretanja u ovom intervalu je:

$$\Sigma J \frac{d\omega}{dt} = m_e(\omega) - (m_{mt} + m_{mr}),$$

$$T_m \frac{d\omega_*}{dt} = m_{e*}(\omega_*) - (m_{mt*} + m_{mr*}) \quad (20)$$

čijom se integracijom dobija:

$$\Sigma J \int_{\omega_{B0}}^{0,01\omega_{B0}} \frac{d\omega}{m_e(\omega) - (m_{mt} + m_{mr})} = \int_0^{t_2} dt;$$

$$T_m \int_{\omega_{B0*}}^{0,01\omega_{B0*}} \frac{d\omega}{m_{e*}(\omega_*) - (m_{mt*} + m_{mr*})} = \int_0^{t_2} dt \quad (21)$$

$$t_2 = \Sigma J \int_{\omega_{B0}}^{0,01\omega_{B0}} \frac{d\omega}{U_{aB} \frac{\psi_{fn}}{R_a} - \frac{\psi_{fn}^2}{R_a} \omega - (m_{mt} + m_{mr})};$$

$$t_2 = T_m \int_{\omega_{B0*}}^{0,01\omega_{B0*}} \frac{d\omega}{U_{aB*} \frac{\psi_{fn*}}{R_{a*}} - \frac{(\psi_{fn*})^2}{R_{a*}} \omega_* - (m_{mt*} + m_{mr*})} \quad (22)$$

Imajući u vidu izraz (12), gde je $U_{aB} = R_a \frac{m_{mt}}{\psi_{fn}}$, integral (22) postaje:

$$t_2 = \Sigma J \int_{\omega_{B0}}^{0,01\omega_{B0}} \frac{d\omega}{\frac{\psi_{fn}^2}{R_a} \omega - m_{mr}}; \quad (23)$$

$$t_2 = T_m \int_{\omega_{B0^*}}^{0,01\omega_{B0^*}} \frac{d\omega}{\frac{(\psi_{fn^*})^2}{R_{a^*}} \omega - m_{mr^*}}$$

Rešenje integrala (23) se može dobiti koristeći izraz:

$$\int_{X_1}^{X_2} \frac{dx}{a-b \cdot x} = \frac{1}{b} \ln \frac{a-b \cdot X_1}{a-b \cdot X_2} \quad (24)$$

$$t_2 = \Sigma J \frac{R_a}{\psi_{fn}^2} \ln \frac{-m_{mr} - \frac{\psi_{fn}^2}{R_a} \omega_{B0}}{-m_{mr} - \frac{\psi_{fn}^2}{R_a} 0,01\omega_{B0}} = 0,097s; \quad (25)$$

$$t_2 = T_m \frac{R_{a^*}}{(\psi_{fn^*})^2} \ln \frac{-m_{mr^*} - \frac{(\psi_{fn^*})^2}{R_{a^*}} \omega_{B0^*}}{-m_{mr^*} - \frac{(\psi_{fn^*})^2}{R_{a^*}} 0,01\omega_{B0^*}} = 0,097s.$$

Ukupno vreme za koje se završi prelazni proces je:

$$t_c = t_1 + t_2 = 0,4494s \quad (26)$$