

_____, br. indeksa_____.

Ovaj list se predaje zajedno sa vežbankom!

Sve odgovore na postavljena pitanja upisati na naznačena mesta, a odgovarajuću analizu, obrazloženja odgovora i proračune dati u vežbankama. Svaki tačan odgovor mora biti i obrazložen.

Upravljanje elektromotornim pogonima

Beograd, 16.05.2026.

I kolokvijum

1. zadatak: Motor jednosmerne struje sa nezavisnom stalnom i nominalnom pobudom napaja se iz regulisanog naponskog izvora. momenat opterećenja je linearna funkcija brzine, zanemarljive vrednosti pri brzini jednakoj nuli, a priroda mu je reaktivna. Pri stalnoj i nominalnoj pobudi i nominalnom naponu izmerena je nominalna struja indukta motora (označiti ovu radnu tačku motora u $m\omega$ ravni sa N).

- a) Sračunati vrednost napona indukta motora, ako je brzina obrtanja 600 o/min. Grafički ilustrovati rešenje zadatka i označiti ovu radnu tačku motora u $m\omega$ ravni sa A.

Odgovor: _____ [Ω] [0,5 poena]

- b) Odrediti koliko je maksimalno dozvoljeno trenutno povećati vrednost napona u radnoj tački A, tako da struja indukta u prelaznom procesu ne pređe maksimalno dozvoljenu vrednost. Odrediti koordinate nove radne tačke ustaljenog stanja. Grafički ilustrovati rešenje zadatka i označiti ovu radnu tačku u $m\omega$ ravni sa B. Smatrati da je $T_m \gg T_a$.

Odgovor: _____ [1 poen]

- c) Odrediti vreme trajanja prelaznog procesa od tačke A do tačke B. Smatrati da je $T_m \gg T_a$.

Odgovor: _____ [0,5 poena]

- d) Kakav je karakter prelaznih procesa kod ovog pogona?

Odgovor: _____ [1 poen]

Podaci o motoru: 220V, 28A, 1500 o/min; $R_a = 0,393\Omega$; $L_a = 7,7$ mH, ukupan moment inercije pogona je $J = 0,567$ kgm², maksimalna dozvoljena vrednost struje indukta jednaka je 180% nominalne vrednosti.

Teorijsko pitanje: Izvesti matematički model pogona sa nezavisno pobuđenom mašinom za jednosmernu struju u normalizovanom domenu: usvojiti bazne vrednosti i sprovesti postupak normalizacije; nacrtati blok dijagram matematičkog modela pogona.

Odgovor je na strani: _____ [2 poena]

$$U_{an} := 220V \quad I_{an} := 28A \quad \omega_n := 1500\text{rpm} \quad \omega_n = 157.08 \frac{1}{s} \quad Nm \equiv N \cdot m \quad rj \equiv 1$$

$$R_a := 0.393\Omega \quad L_a := 0.077H \quad \Sigma J := 0.567\text{kg} \cdot m^2$$

$$\omega_b := \omega_n \quad \Psi_{fb} := \frac{U_{an}}{\omega_b} \quad \Psi_{fb} = 1.401 \text{ Wb}$$

$$R_b := \frac{U_{an}}{I_{an}} = 7.857 \Omega \quad M_b := \frac{U_{an} \cdot I_{an}}{\omega_b} = 39.216 \cdot Nm$$

$$\mathbf{N:} \quad T_a := \frac{L_a}{R_a} = 0.196 \text{ s} \quad T_m := \Sigma J \cdot \frac{\omega_b}{M_b} = 2.271 \text{ s}$$

$$R_{arel} := \frac{R_a}{R_b} = 0.05 \cdot rj \quad \Psi_{fn} := 1 - R_{arel} \quad \Psi_{fn} = 0.95 \cdot rj$$

$$M_{nrel} := \Psi_{fn} = 0.95 \cdot rj \quad \omega_{nrel} := 1 \quad U_{anrel} := 1 \quad I_{anrel} := 1 \quad I_{amaxrel} := 1.8rj$$

Prema podacima datim u zadatku, pri nominalnom naponu i nominalnoj pobudi je izmerena nominalna struja. Znači da je u toj radnoj tački i brzina nominalna. Kako su nominalni i struja i fluks, to je pri nominalnoj brzini moment opterećenja nominalan.

$$\omega_N := \omega_n$$

$$M_{nrel} = K_\omega \cdot \omega_{nrel}$$

$$K_\omega := \frac{M_{nrel}}{\omega_{nrel}} \quad m_m(\omega) := K_\omega \cdot \omega \quad K_\omega = 0.95$$

$$\mathbf{A)} \quad \omega_A := 600\text{rpm}$$

$$\omega_A = 62.832 \frac{1}{s} \quad \omega_{Arel} := \frac{\omega_A}{\omega_b} \quad I_{aArel} := \frac{m_m(\omega_{Arel})}{\Psi_{fn}} \quad U_{aArel} := R_{arel} \cdot I_{aArel} + \Psi_{fn} \cdot \omega_{Arel}$$

$$U_{aArel} = 0.4rj \quad U_{aArel} \cdot U_{an} = 88V$$

$$m_m(\omega_{Arel}) = 0.38rj \quad M_{eA} := m_m(\omega_{Arel}) \cdot M_b \quad M_{eA} = 14.902Nm$$

$$\mathbf{B)} \quad U_{aBrel} := R_{arel} \cdot I_{amaxrel} + \Psi_{fn} \cdot \omega_{Arel}$$

$$U_{aBrel} = 0.47rj \quad U_{aBrel} \cdot U_{an} = 103.406V \quad \Delta U := U_{aBrel} \cdot U_{an} - U_{aArel} \cdot U_{an}$$

$$\Delta U = 15.406V$$

$$\omega_{Brel} := \frac{U_{aBrel}}{\frac{R_{arel} \cdot K_\omega}{\Psi_{fn}} + \Psi_{fn}}$$

$$\omega_{Brel} = 0.47rj \quad m_m(\omega_{Brel}) = 0.447rj \quad M_{eB} := m_m(\omega_{Brel}) \cdot M_b \quad M_{eB} = 17.51Nm$$

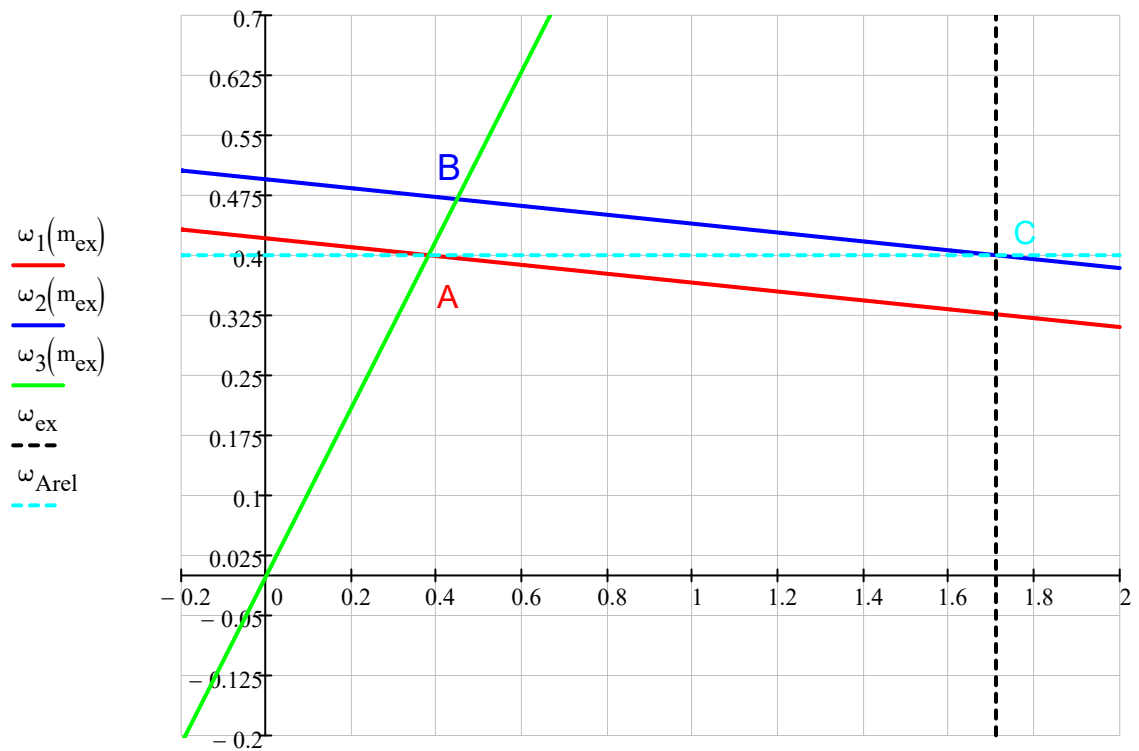
$$\omega_B := \omega_{Brel} \cdot \omega_b \quad \omega_B = 73.831 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Statičke karakteristike

$$\omega_1(m_e) := \left(\frac{U_{aBrel}}{\Psi_{fn}} - R_{arel} \cdot \frac{m_e}{\Psi_{fn}^2} \right) \quad \omega_2(m_e) := \left(\frac{U_{aBrel}}{\Psi_{fn}} - R_{arel} \cdot \frac{m_e}{\Psi_{fn}^2} \right)$$

$$\omega_3(m_e) := \frac{m_e}{K_\omega} \quad M_{max} := \Psi_{fn} \cdot I_{amaxrel}$$

$$m_{ex} := -0.2, -0.199 \dots 2 \quad \omega_x := 0, 0.01 \dots 1.1$$



$$m_{ex}, m_{ex}, m_{ex}, M_{max}, m_{ex}$$

C)

$$m_e(\omega) := \frac{U_{aBrel} \cdot \Psi_{fn} - \omega \cdot \Psi_{fn}^2}{R_{arel}}$$

$$T_m \cdot \left(\frac{d}{dt} \omega \right) = m_e(\omega) - m_m(\omega) \quad dt = T_m \cdot \frac{d\omega}{m_e(\omega) - m_m(\omega)}$$

$$t_1 := T_m \cdot \int_{\omega_{Arel}}^{\omega_{Brel} - TOL} \frac{1}{m_e(\omega) - m_m(\omega)} d\omega = 0.508 \text{ s}$$

D) Kakav je karakter prelaznih procesa kod ovog pogona?

$$r_a := R_{arel}$$

Matematički model pogona je:

$$T_a \cdot \left(\frac{d}{dt} i_a \right) = \frac{1}{r_a} \cdot (u_a - \omega \cdot \Psi_{fn}) - i_a$$

$$T_m \cdot \left(\frac{d}{dt} \omega \right) = \Psi_{fn} \cdot i_a - K_\omega \cdot \omega$$

U formi prostora stanja model je

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_a \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_a} & -\frac{\Psi_{fn}}{T_a \cdot r_a} \\ \frac{\Psi_{fn}}{T_m} & -\frac{K_\omega}{T_m} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_a \\ \omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{T_a \cdot r_a} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_a \\ 0 \end{pmatrix}$$

Moment opterećenja koji zavisi od brzine unet je u jednačine. Konstantni deo momenta opterećenja se zanemaruje kao drugi ulaz (poremećaj).

Matrica sistema određuje sopstvene vrednosti:

$$\underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_a} & -\frac{\Psi_{fn}}{T_a \cdot r_a} \\ \frac{\Psi_{fn}}{T_m} & -\frac{K_\omega}{T_m} \end{pmatrix} \quad \text{eigenvals}(\underline{\underline{A}}) = \begin{pmatrix} -2.761 + 5.921i \\ -2.761 - 5.921i \end{pmatrix} \frac{1}{s}$$

$$\det(\lambda \cdot I - \underline{\underline{A}}) = \lambda^2 + \frac{T_a \cdot K_\omega + T_m}{T_a \cdot T_m} \cdot \lambda + \frac{\Psi_{fn}^2 + K_\omega \cdot r_a}{T_m \cdot T_a \cdot r_a}$$

Karakteristični polinom

Sopstvene vrednosti su rešenja karakteristične jednačine

$$\det(\lambda \cdot I - \underline{\underline{A}}) = 0$$

Ako se uvaži $m_m = K_\omega \cdot \omega$, dobija se:

$$\lambda_1 := -\frac{T_a \cdot K_\omega + T_m}{2 T_a \cdot T_m} + \sqrt{\left(\frac{T_a \cdot K_\omega + T_m}{2 T_a \cdot T_m} \right)^2 - \frac{\Psi_{fn}^2 + K_\omega \cdot r_a}{T_m \cdot T_a \cdot r_a}}$$

$$\lambda_1 = (-2.761 + 5.921i) \frac{1}{s}$$

$$\lambda_2 := -\frac{T_a \cdot K_\omega + T_m}{2 T_a \cdot T_m} - \sqrt{\left(\frac{T_a \cdot K_\omega + T_m}{2 T_a \cdot T_m} \right)^2 - \frac{\Psi_{fn}^2 + K_\omega \cdot r_a}{T_m \cdot T_a \cdot r_a}}$$

$$\lambda_2 = (-2.761 - 5.921i) \frac{1}{s}$$

$$\omega_{nn} := \sqrt{\frac{\Psi_{fn}^2 + K_\omega \cdot r_a}{T_m \cdot T_a \cdot r_a}} = 6.533 \cdot \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\xi := \frac{T_a \cdot K_\omega + T_m}{2 \cdot \omega_{nn} T_a \cdot T_m} = 0.423$$

Polovi su konjugovano kompleksni, pa je karakter prelaznih procesa oscilatorno prigušen.

Na vežbama je izraženo $\omega/u_a(p)$:

$$(p \cdot T_a + 1) \cdot i_a = \frac{1}{r_a} \cdot (u_a - \omega \cdot \Psi_{fn}) \quad i_a = \frac{u_a - \omega \cdot \Psi_{fn}}{r_a \cdot (p \cdot T_a + 1)}$$

$$T_m \cdot \left(\frac{d}{dt} \omega \right) = \Psi_{fn} \cdot i_a - K_\omega \cdot \omega \quad p \cdot T_m \cdot \omega = \Psi_{fn} \cdot \frac{u_a - \omega \cdot \Psi_{fn}}{r_a \cdot (p \cdot T_a + 1)} - K_\omega \cdot \omega$$

$$\omega \cdot \left[p \cdot T_m + K_\omega + \frac{\Psi_{fn}^2}{r_a \cdot (p \cdot T_a + 1)} \right] = u_a \cdot \frac{\Psi_{fn}}{r_a \cdot (p \cdot T_a + 1)}$$

$$\frac{\omega}{u_a}(p) = \frac{\Psi_{fn}}{\Psi_{fn}^2 + (p \cdot T_m + K_\omega) \cdot r_a \cdot (p \cdot T_a + 1)} = \frac{\frac{\Psi_{fn}}{r_a \cdot T_m \cdot T_a}}{p^2 + p \cdot \frac{T_m + K_\omega \cdot T_a}{T_m \cdot T_a} + \frac{\Psi_{fn}^2 + K_\omega \cdot r_a}{r_a \cdot T_m \cdot T_a}}$$

$$\text{Karakteristični Polinom} = p^2 + p \cdot \frac{T_m + K_\omega \cdot T_a}{T_m \cdot T_a} + \frac{\Psi_{fn}^2 + K_\omega \cdot r_a}{r_a \cdot T_m \cdot T_a}$$

Nule polinoma su iste kao iznad, dok, ako se zanemari K_ω dobija se:

$$p_1 := \frac{-1}{2 \cdot T_a} + \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot T_a} \right)^2 - \frac{\Psi_{fn}}{r_a \cdot T_m \cdot T_a}} = (-2.552 + 6.014i) \frac{1}{s}$$

$$p_2 := \frac{-1}{2 \cdot T_a} - \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot T_a} \right)^2 - \frac{\Psi_{fn}}{r_a \cdot T_m \cdot T_a}} = (-2.552 - 6.014i) \frac{1}{s}$$

$$\omega_c := \frac{\Psi_{fn}}{\sqrt{T_m \cdot T_a \cdot r_a}} = 6.368 \frac{1}{s} \quad \zeta := \frac{1}{2 \cdot \Psi_{fn}} \cdot \sqrt{\frac{T_m \cdot r_a}{T_a}} = 0.401$$