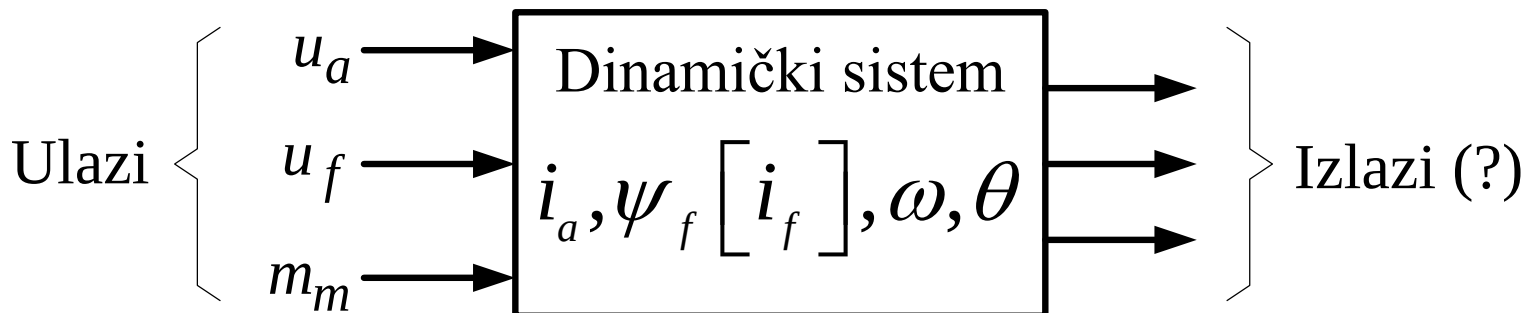


DINAMIKA

Dinamički sistem - pogon sa motorom za jednosmernu struju:

N:



U opštem slučaju ovaj dinamički sistem je

NELINEARAN

MATEMATIČKI MODEL POGONA SA NEZAVISNO POBUĐENOM JEDNOSMEROM MAŠINOM

Ponavljjanje gradiva.

N:

$$T_a \frac{di_{a*}}{dt} = \frac{1}{R_{a*}} \left(u_{a*} - \psi_{f*} \cdot \omega_* \right) - i_{a*}$$

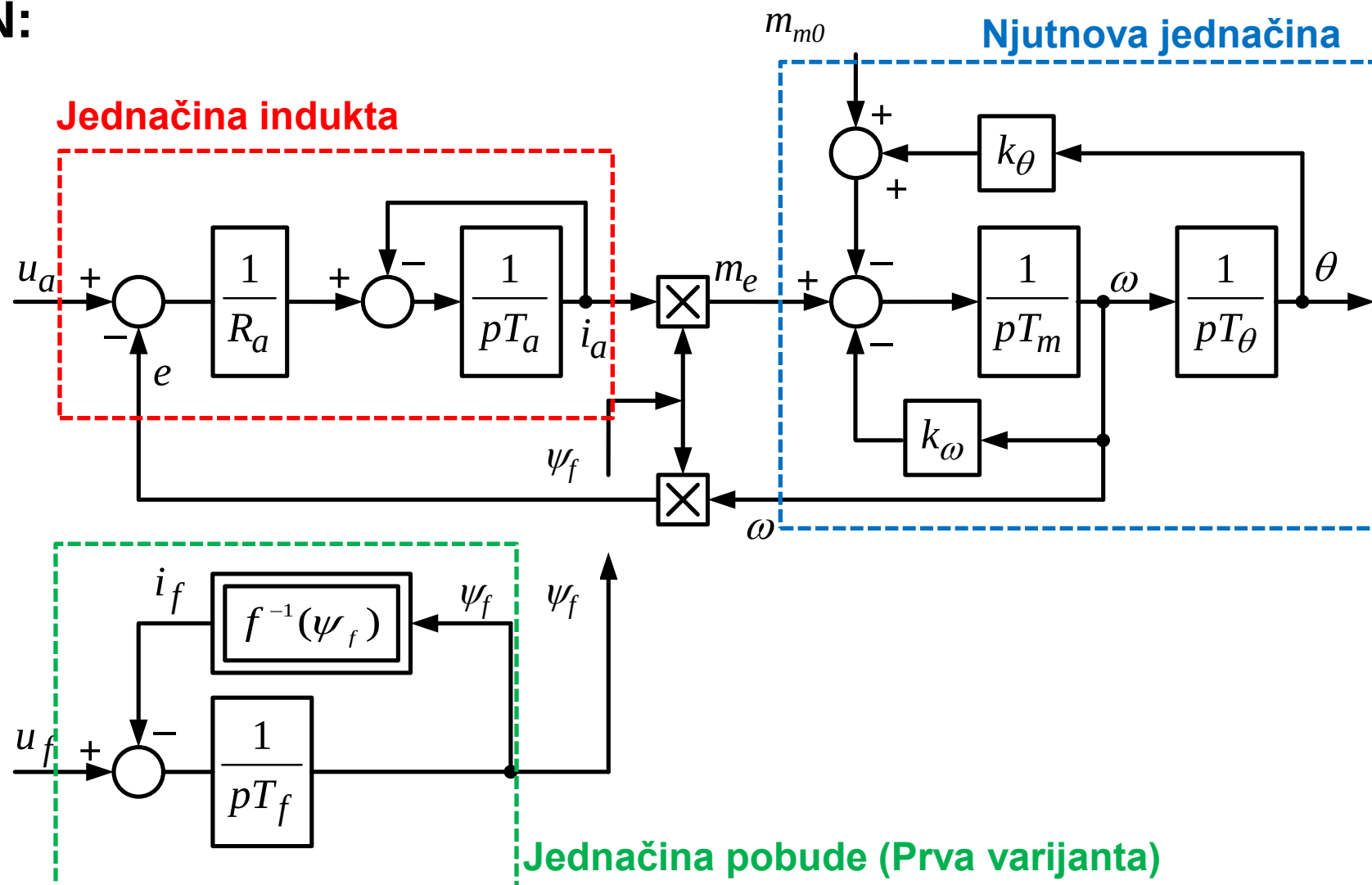
$$T_f \frac{d \left(L_{f*} (i_{f*}) \cdot i_{f*} \right)}{dt} = T_f \frac{d\psi_{f*}}{dt} = u_{f*} - i_{f*}$$

$$T_m \frac{d\omega_*}{dt} = \psi_{f*} \cdot i_{a*} - m_{m*}, \quad m_{m*} = m_{0*} + k_{\omega*} \cdot \omega_* + k_{\theta*} \theta_*$$

$$T_{\theta} \frac{d\theta_*}{dt} = \omega_*$$

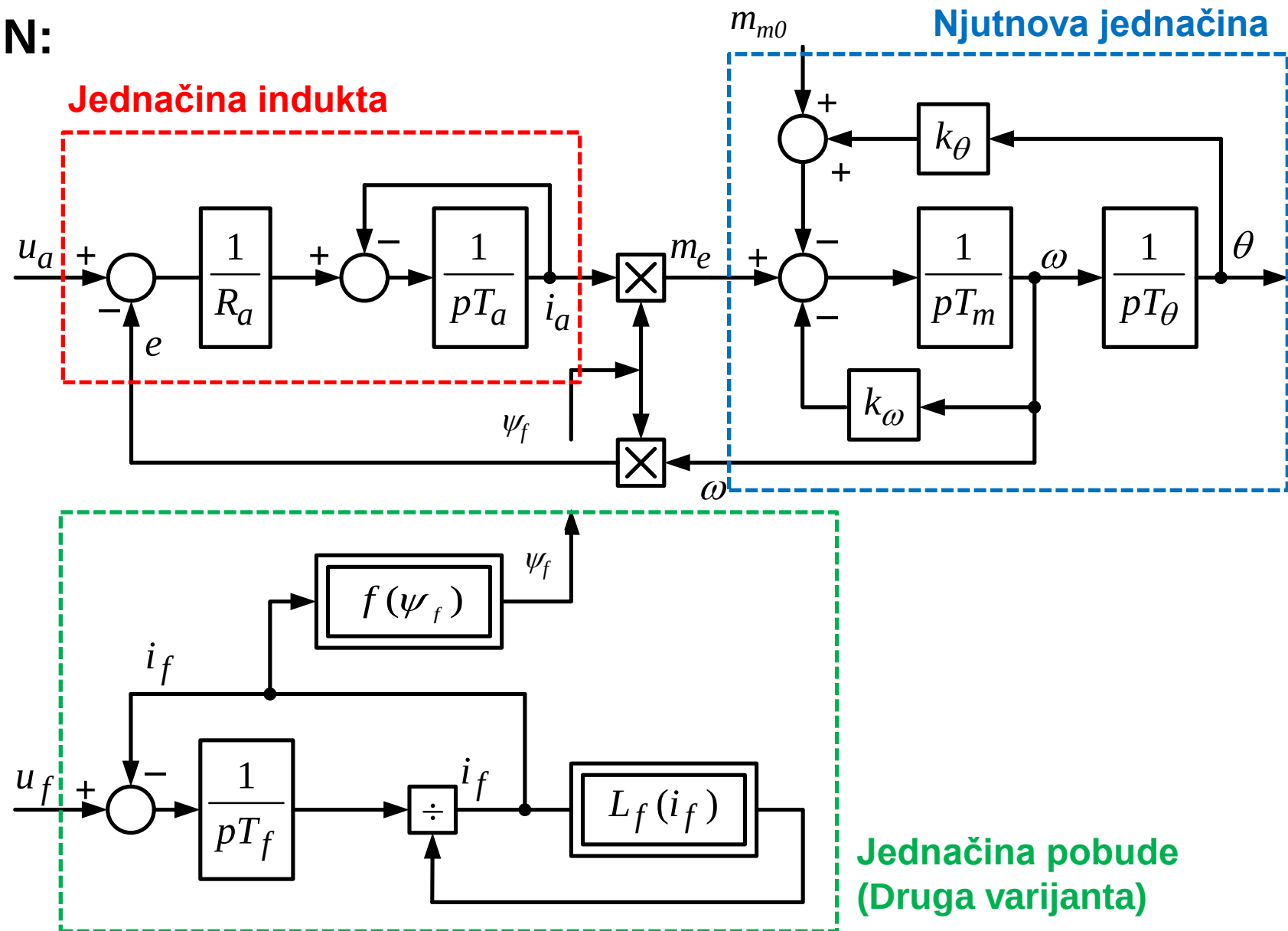
BLOK DIJAGRAM MATEMATIČKOG MODELA POGONA

N:



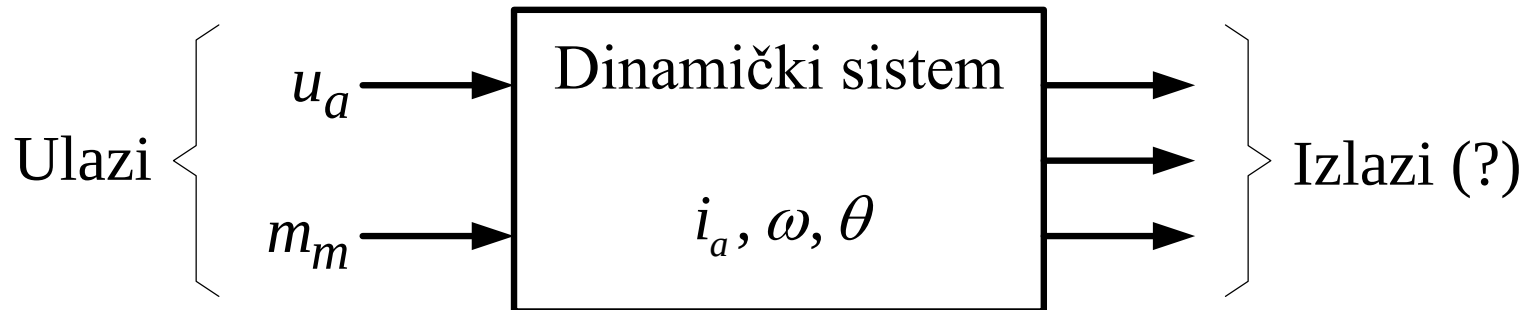
BLOK DIJAGRAM MATEMATIČKOG MODELA POGONA

N:



LINEARAN SLUČAJ $\psi_f = \text{const.}$

Ovaj uslov eliminiše jednačinu pobudnog kola.



U prostoru stanja model pogona - dinamičkog sistema je:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_a} & -\frac{\psi_f}{R_a T_a} \\ \frac{\psi_f}{T_m} & -\frac{k_\omega}{T_m} \\ 0 & \frac{1}{T_\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{k_\theta}{T_m} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a T_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ m_m \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \vec{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \vec{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot \vec{\mathbf{u}}$$

$\mathbf{A}$ - matrica sistema

$\mathbf{B}$ - matrica ulaza

$\vec{\mathbf{x}}$ - vektor stanja

$\vec{\mathbf{u}}$ - vektor ulaza

VEKTOR IZLAZA

Kod dinamičkih sistema kao što su elektromotorni pogoni, ulazi se obično ne prosleđuju direktno na izlaz, pa je:

$$\vec{y} = \mathbf{C} \cdot \vec{x}$$

Za $\vec{x} = \begin{bmatrix} i_a & i_f & \omega & \theta \end{bmatrix}^T$

Ako je: $\vec{y} = \vec{x}$ $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ – jedinična matrica

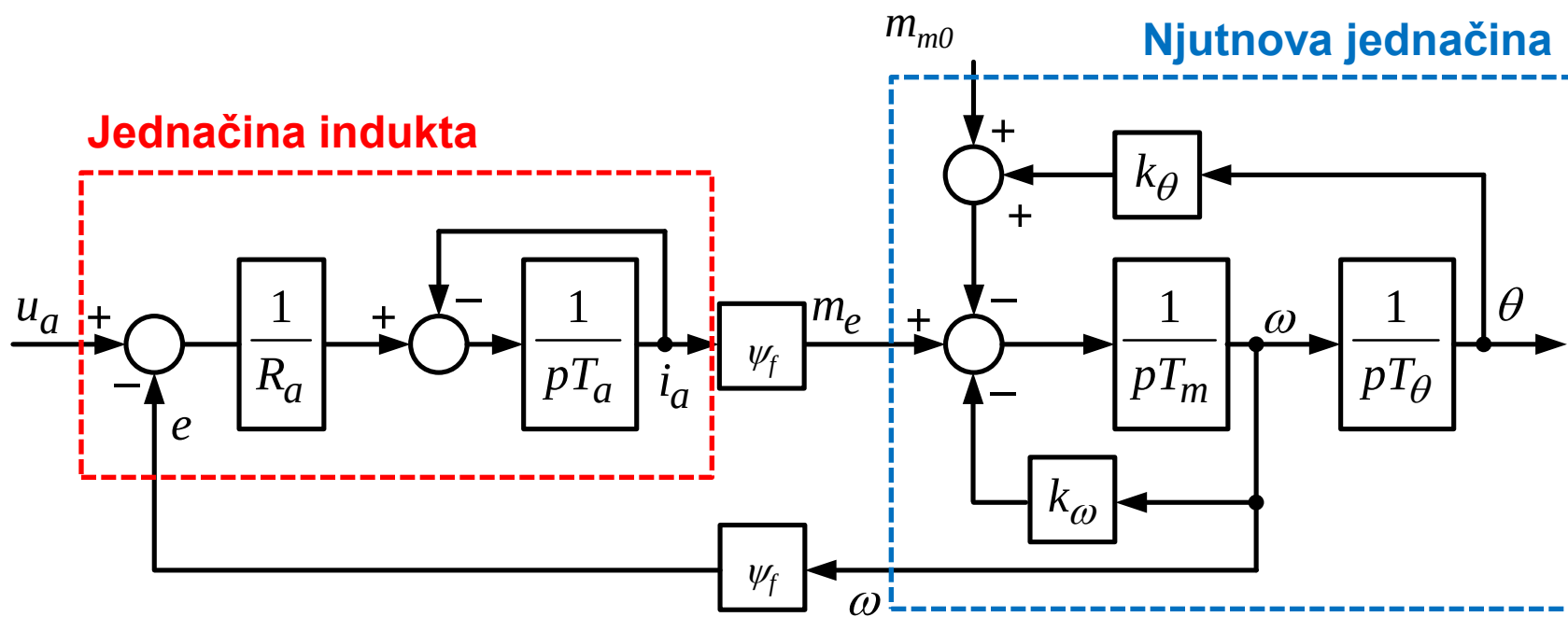
$$\vec{y} = \begin{bmatrix} \omega \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} \omega & i_a \end{bmatrix}^T \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Na sličan način može se odrediti matrica $\mathbf{C}$ i za druge slučajeve.

Blok dijagram u operatorskom domenu:

N:



LINEARIZOVANI SLUČAJ $\psi_f \neq \text{const.}$

Matematički model *nelinearnog* dinamičkog sistema može se *linearizovati* u radnoj tački, odnosno u okolini radne tačke, stacionarnog stanja.

Na osnovu poznavanja vrednosti vektora ulaza:

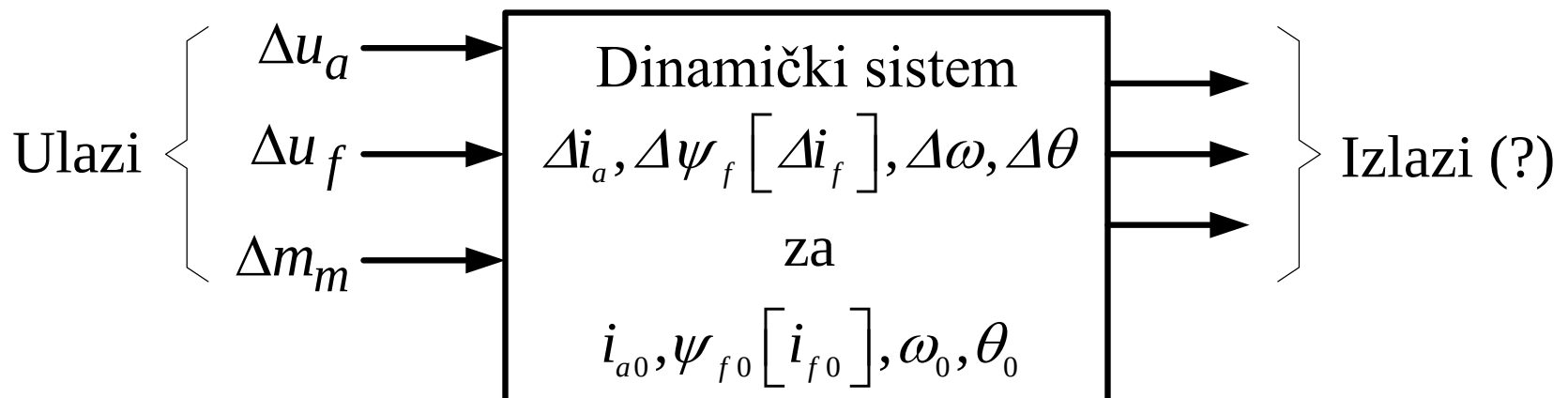
$$\vec{u}_0$$

u posmatranom režimu i jednačina stacionarnog stanja

može se odrediti odgovarajuća vrednost vektora stanja:

$$\vec{x}_0$$

Dinamički sistem pogona sa nezavisno pobuđenim motorom za jednosmernu struju, sad je:



Koordinate vektora stanja $\vec{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} i_a & \psi_f[i_f] & \omega \end{bmatrix}^T$

u posmatranom režimu, odnosno za određene vrednosti vektora ulaza $\vec{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} u_{a0} & u_{f0} & m_{m0} \end{bmatrix}^T$

dobijaju se rešavanjem jednačina ustaljenog stanja:

N:
$$R_a \cdot i_{a0} + \psi_{f0} \cdot \omega_0 = u_{a0}$$

$$i_{f0} = u_{f0}$$

$$\psi_{f0} \cdot i_{a0} - k_\omega \cdot \omega_0 = m_{m0}$$

$$\psi_{f0} = f(i_{f0})$$

po $\vec{\mathbf{x}}_0 = \begin{bmatrix} i_{a0} & \psi_{f0}[i_{f0}] & \omega_0 \end{bmatrix}^T$

Četvrta jednačina iz koje sledi $\omega_0 = 0$, je izostavljena jer nas ograničava na samo jedan specijalan slučaj.

Podsetnik

$$\frac{d}{dt} \vec{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{u}})$$

$$\Delta \vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{x}} - \vec{\mathbf{x}}_0$$

$$\mathbf{f}(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{u}}) \approx \mathbf{f}(\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0) + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0} \right) \cdot \Delta \vec{\mathbf{x}} + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \bigg|_{\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0} \right) \cdot \Delta \vec{\mathbf{u}}$$

$$\frac{d}{dt} \vec{\mathbf{x}} = 0 = \mathbf{f}(\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \vec{\mathbf{x}} &= \frac{d}{dt} (\vec{\mathbf{x}}_0 + \Delta \vec{\mathbf{x}}) = \frac{d}{dt} \vec{\mathbf{x}}_0 + \frac{d}{dt} \Delta \vec{\mathbf{x}} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \Delta \vec{\mathbf{x}} \approx \underbrace{\mathbf{f}(\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0)}_{=0} + \underbrace{\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0} \right)}_{\mathbf{A}_\Delta} \cdot \Delta \vec{\mathbf{x}} + \underbrace{\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \bigg|_{\vec{\mathbf{x}}_0, \vec{\mathbf{u}}_0} \right)}_{\mathbf{B}_\Delta} \cdot \Delta \vec{\mathbf{u}}$$

Odgovarajući linearizovani matematički model nezavisno pobuđenog motora za jednosmernu struju u *prostoru stanja* je:

N:

$$\frac{d\Delta\vec{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}_{\Delta}\Delta\vec{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_{\Delta}\Delta\vec{\mathbf{u}}$$

$$T_a \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{R_a} (u_a - \psi_f \cdot \omega) - i_a$$

$$T_f \frac{d\psi_f}{dt} = u_f - i_f$$

$$T_m \frac{d\omega}{dt} = \psi_f \cdot i_a - m_m - k_{\omega} \cdot \omega$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta i_a \\ \Delta \psi_f \\ \Delta \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_a} & -\frac{\omega_0}{R_a T_a} & -\frac{\psi_{f0}}{R_a T_a} \\ 0 & -\frac{1}{T_f} \frac{\partial}{\partial \psi_f} \left(f^{-1}(\psi_{f0}) \right) & 0 \\ \frac{\psi_{f0}}{T_m} & \frac{i_{a0}}{T_m} & -\frac{k_{\omega}}{T_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_a \\ \Delta \psi_f \\ \Delta \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a T_a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_a \\ \Delta u_f \\ \Delta m_m \end{bmatrix}$$

$$T_f \frac{d\psi_{f*}}{dt} = u_{f*} - i_{f*}$$

$$\frac{d\Delta\psi_{f*}}{dt} = \frac{1}{T_f} (\Delta u_{f*} - \Delta i_{f*})$$

$$\Delta i_{f*} = \left. \frac{\partial i_f}{\partial \psi_f} \right|_0 \Delta \psi_f$$

$$\Delta i_{f*} = \frac{\partial}{\partial \psi_f} \left(f^{-1}(\psi_{f0}) \right) \Delta \psi_f$$

Ako za *promenljivu stanja* umesto $\Delta \psi_f$ uzmemo Δi_f
matematički model u prostoru stanja je:

N:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta i_a \\ \Delta i_f \\ \Delta \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_a} & -\frac{\omega_0 \psi'_{f0}}{R_a T_a} & -\frac{\psi_{f0}}{R_a T_a} \\ 0 & -\frac{1}{T'_f} & 0 \\ \frac{\psi_{f0}}{T_m} & \frac{i_{a0} \psi'_{f0}}{T_m} & -\frac{k_\omega}{T_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_a \\ \Delta i_f \\ \Delta \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a T_a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T'_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_a \\ \Delta u_f \\ \Delta m_m \end{bmatrix}$$

gde je:

$$\psi_{f0} = f(i_{f0})$$

$$\psi'_{f0} = \frac{\partial}{\partial i_f} (f(i_{f0}))$$

$$T'_f = T_f \left[\frac{\partial}{\partial i_f} (L_f(i_{f0})) \cdot i_{f0} + L_f(i_{f0}) \right]$$

$$T_a \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{R_a} (u_a - \psi_f \cdot \omega) - i_a$$

$$T_f \frac{d(L_f(i_f) \cdot i_f)}{dt} = u_f - i_f$$

$$T_m \frac{d\omega}{dt} = \psi_f \cdot i_a - m_m - k_\omega \cdot \omega - k_\theta \cdot \theta$$

$$T_f \frac{d \left(L_{f*} (i_{f*}) \cdot i_{f*} \right)}{dt} = u_{f*} - i_{f*}$$

$$T_f \left[\frac{\partial L_{f*} (i_f)}{\partial i_f} \frac{di_{f*}}{dt} i_{f*} + L_{f*} (i_f) \frac{di_{f*}}{dt} \right] = u_{f*} - i_{f*}$$

$$T_f \frac{di_{f*}}{dt} \left[\frac{\partial L_{f*} (i_f)}{\partial i_f} i_{f*} + L_{f*} (i_f) \right] = u_{f*} - i_{f*}$$

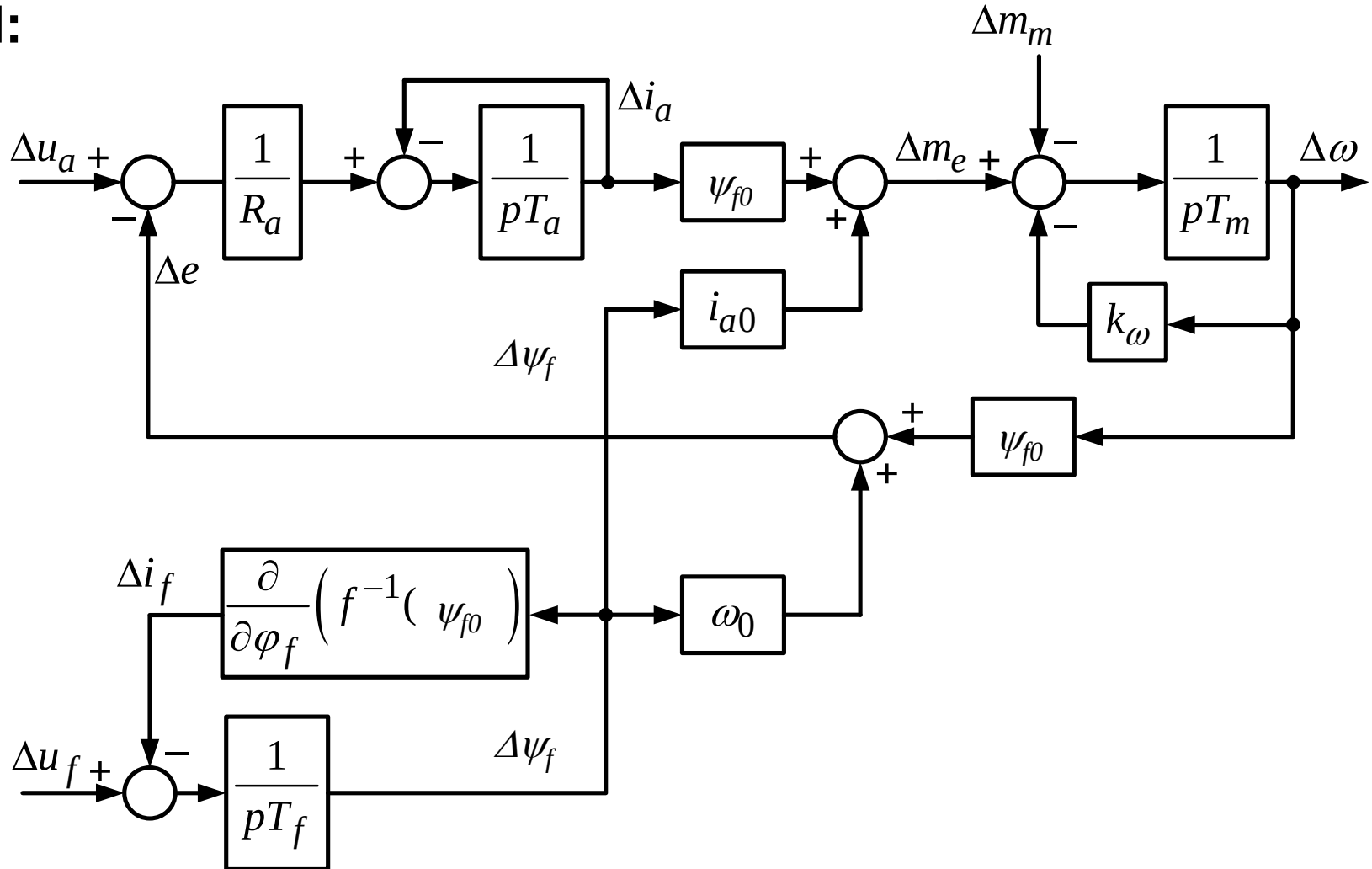
- U skladu sa fizičkom stranom procesa i polaznom idejom da se uprosti analiza ponašanja pogona sa MJS u dinamičkom režimu linearizacijom karakteristike magnećenja u okolini radne tačke, može se izraz u zagradi zameniti njegovom vrednošću izračunatom u datoj radnoj tački:

$$T_f \frac{d\Delta i_{f*}}{dt} \left[\frac{\partial L_{f*} (i_{f0})}{\partial i_f} i_{f0} + L_{f*} (i_{f0}) \right] = \Delta u_{f*} - \Delta i_{f*}$$

$$T'_f = T_f \left[\frac{\partial L_{f*} (i_{f0})}{\partial i_f} i_{f0} + L_{f*} (i_{f0}) \right], \quad \frac{d\Delta i_{f*}}{dt} = \frac{1}{T'_f} (\Delta u_{f*} - \Delta i_{f*})$$

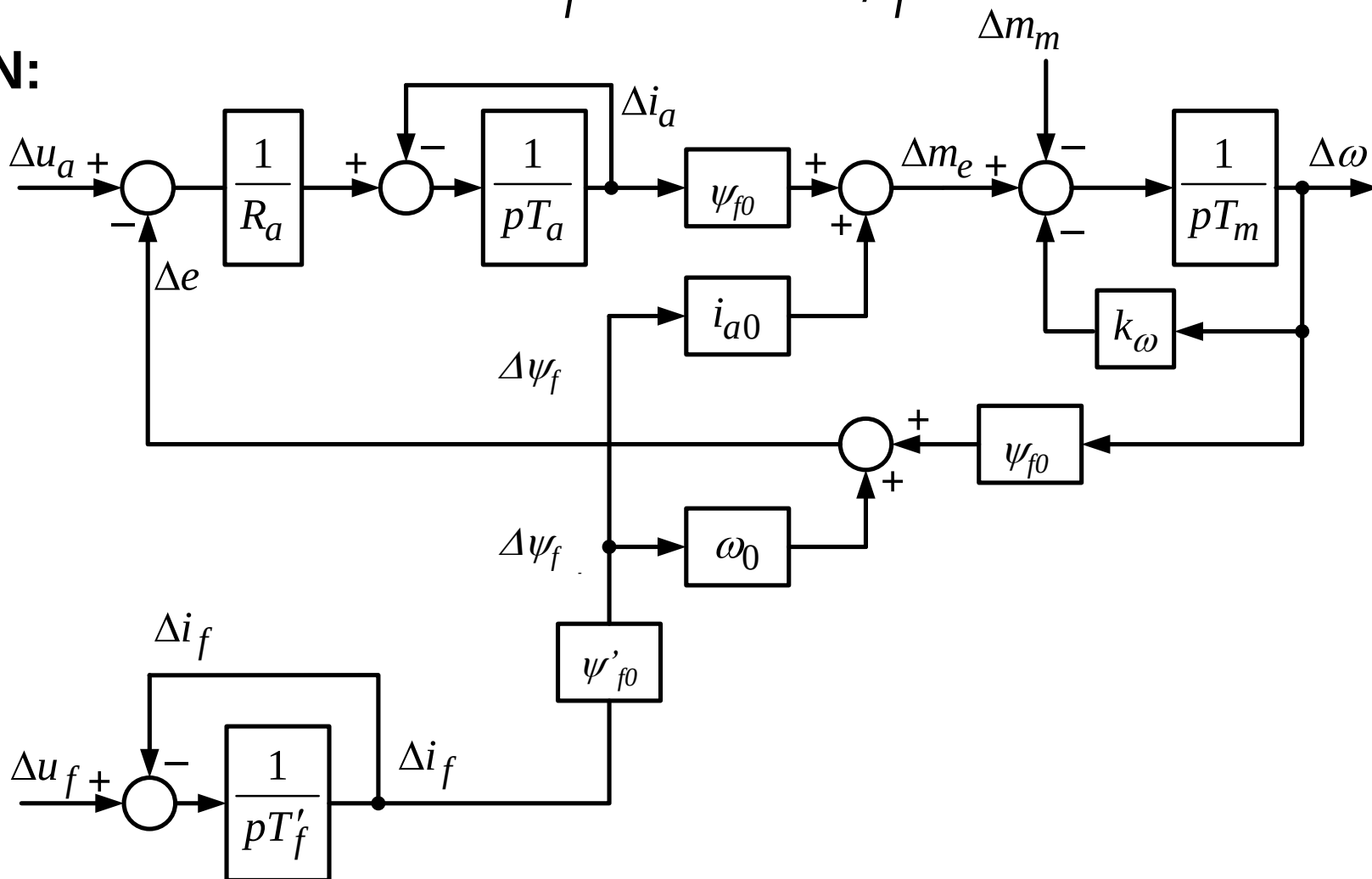
Blok dijagram u operatorskom domenu ako je jedna od promenljivih stanja $\Delta \psi_f$:

N:



Blok dijagram u operatorskom domenu kada je promenljiva stanja Δi_f umesto $\Delta \psi_f$.

N:



ANALIZA DINAMIČKIH REŽIMA

Metode:

- Funkcije prenosa;
- Polovi i sopstvene vrednosti;
- Modelovanje.

Primenu navedenih metoda razmotrićemo na najjednostavnijem primeru u kome je posmatrani dinamički sistem **LINEARAN**.

$$\psi_f = const.$$

$$k_{\omega} = 0$$

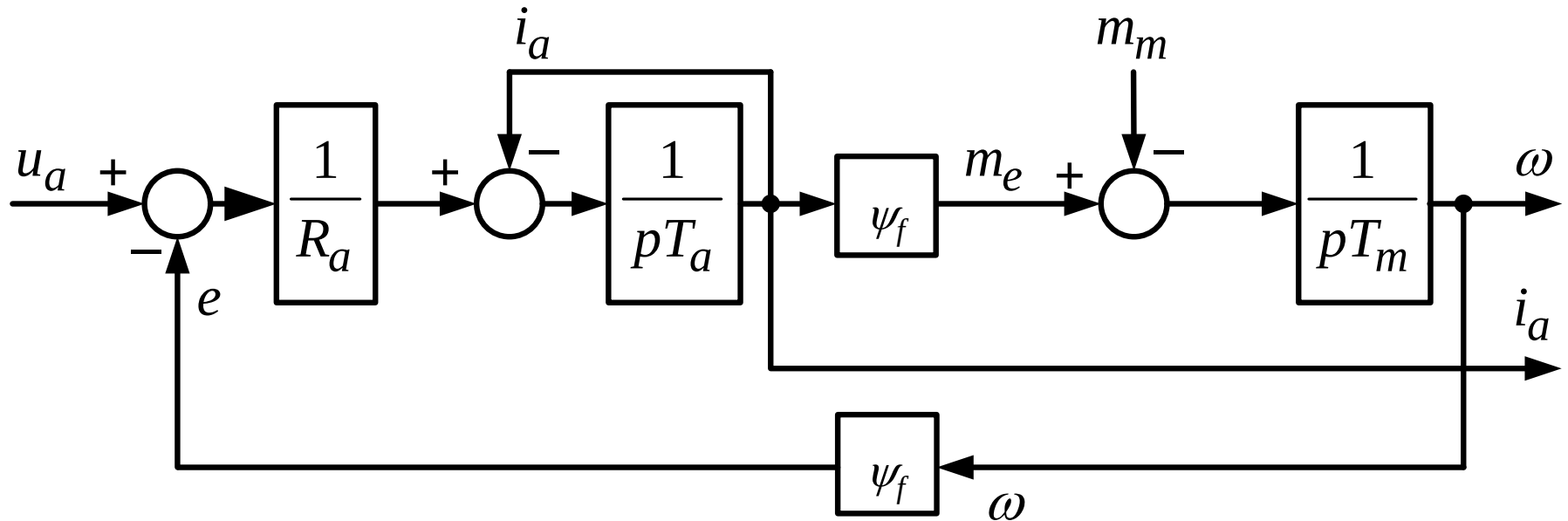
Nećemo uzimati u razmatranje treću promenljivu stanja θ .

$$m_m = m_{m0}$$

FUNKCIJE PRENOSA

Operatorski domen.

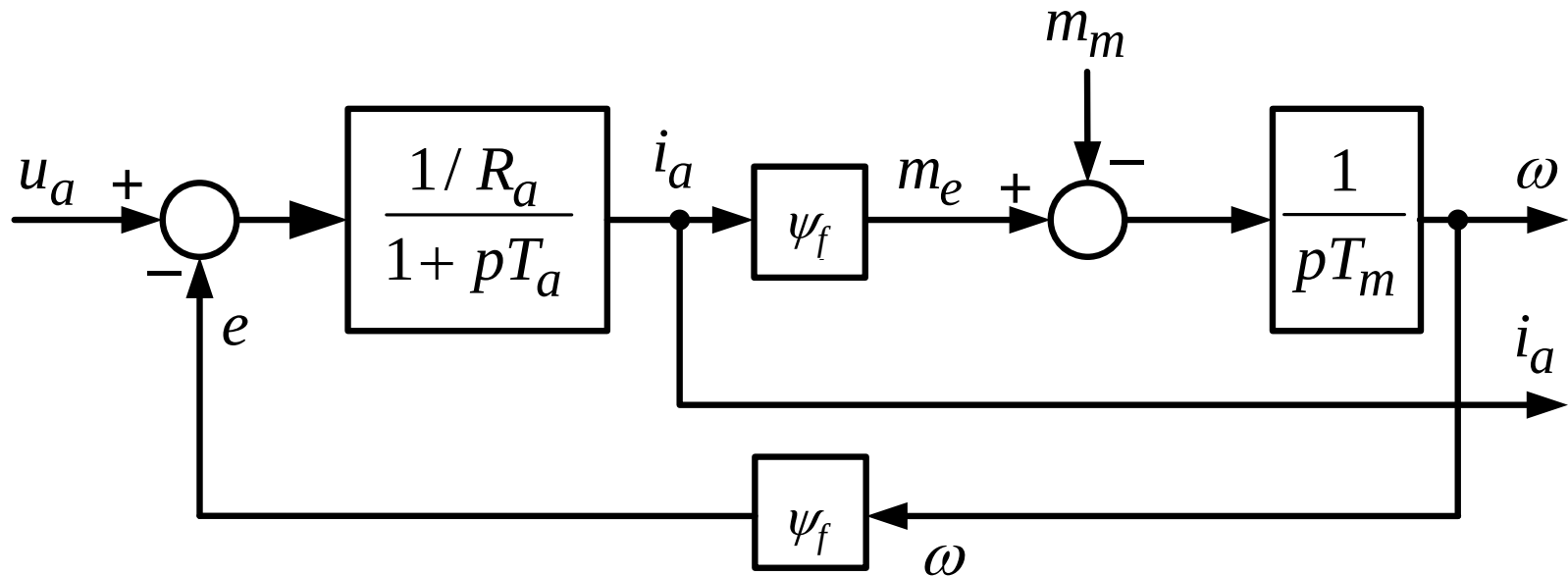
Blok dijagram koji odgovara ovom slučaju je:



Ulazi u sistem: u_a i m_m .

Izlazi iz sistema, npr.: ω i i_a .

Druga varijanta blok dijagrama, gde je jednom funkcijom prenosa zamenjena jednačina indukta:



Ulazi u sistem: u_a i m_m .

Izlazi iz sistema, npr.: ω i i_a .

Funkcije prenosa koje se dobijaju poznatim metodama, pomoću blok dijagrama:

$$\frac{\omega}{u_a}(p) = \frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$\frac{i_a}{u_a}(p) = \frac{p T_m / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$\frac{\omega}{m_m}(p) = \frac{-(1 + p T_a)}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$\frac{i_a}{m_m}(p) = \frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

PROSTOR STANJA

U prostoru stanja sistem jednačina je:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{T_a} & -\frac{\psi_f}{R_a T_a} \\ \frac{\psi_f}{T_m} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{R_a T_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_m} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \begin{bmatrix} u_a \\ m_m \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \vec{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \vec{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot \vec{\mathbf{u}}$$

A - matrica sistema

$\vec{\mathbf{x}}$ - vektor stanja

B - matrica ulaza

$\vec{\mathbf{u}}$ - vektor ulaza

Ako se usvoje isti izlazi kao u prethodnom slučaju, onda je:

$$\begin{bmatrix} \omega \\ i_a \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix}$$
$$\vec{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \cdot \vec{\mathbf{x}}$$

$\mathbf{C}$ - matrica izlaza

$\vec{\mathbf{x}}$ - vektor stanja

$\vec{\mathbf{y}}$ - vektor izlaza

Zamenjujući:

$$\frac{d}{dt} = p$$

Može se izvesti:

$$\vec{y} = H(p) \cdot \vec{u} = \mathbf{C} \cdot (p\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \vec{u}$$

$$\vec{y} = \mathbf{C} \cdot \frac{\text{adj}(p\mathbf{I} - \mathbf{A})}{\det(p\mathbf{I} - \mathbf{A})} \cdot \mathbf{B} \cdot \vec{u}$$

$H(p)$ - Matrica prenosa.

$$H(p) = \begin{bmatrix} H_{u\omega}(p) & H_{m\omega}(p) \\ H_{ui}(p) & H_{mi}(p) \end{bmatrix}$$

Pojedinačne funkcije prenosa:

$$H_{u\omega}(p) = \frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$H_{m\omega}(p) = \frac{-(1 + p T_a)}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$H_{ui}(p) = \frac{p T_m / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$H_{mi}(p) = \frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

POLOVI I SOPSTVENE VREDNOSTI

Rešavanjem karakteristične jednačine dobijaju se polovi posmatranog dinamičkog sistema – pogona sa nezavisno pobuđenim motorom jednosmerne struje.

N:

$$p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a = 0$$

Sopstvene vrednosti sistema dobijaju se rešavanjem jednačine:

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \det \begin{bmatrix} \lambda + \frac{1}{T_a} & \frac{\psi_f}{R_a T_a} \\ -\frac{\psi_f}{T_m} & \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Karakteristična jednačina:

$$\mathbf{N:} \quad \left(\lambda + \frac{1}{T_a} \right) \cdot \lambda - \left(-\frac{\psi_f}{T_m} \right) \cdot \left(\frac{\psi_f}{R_a T_a} \right) = 0$$

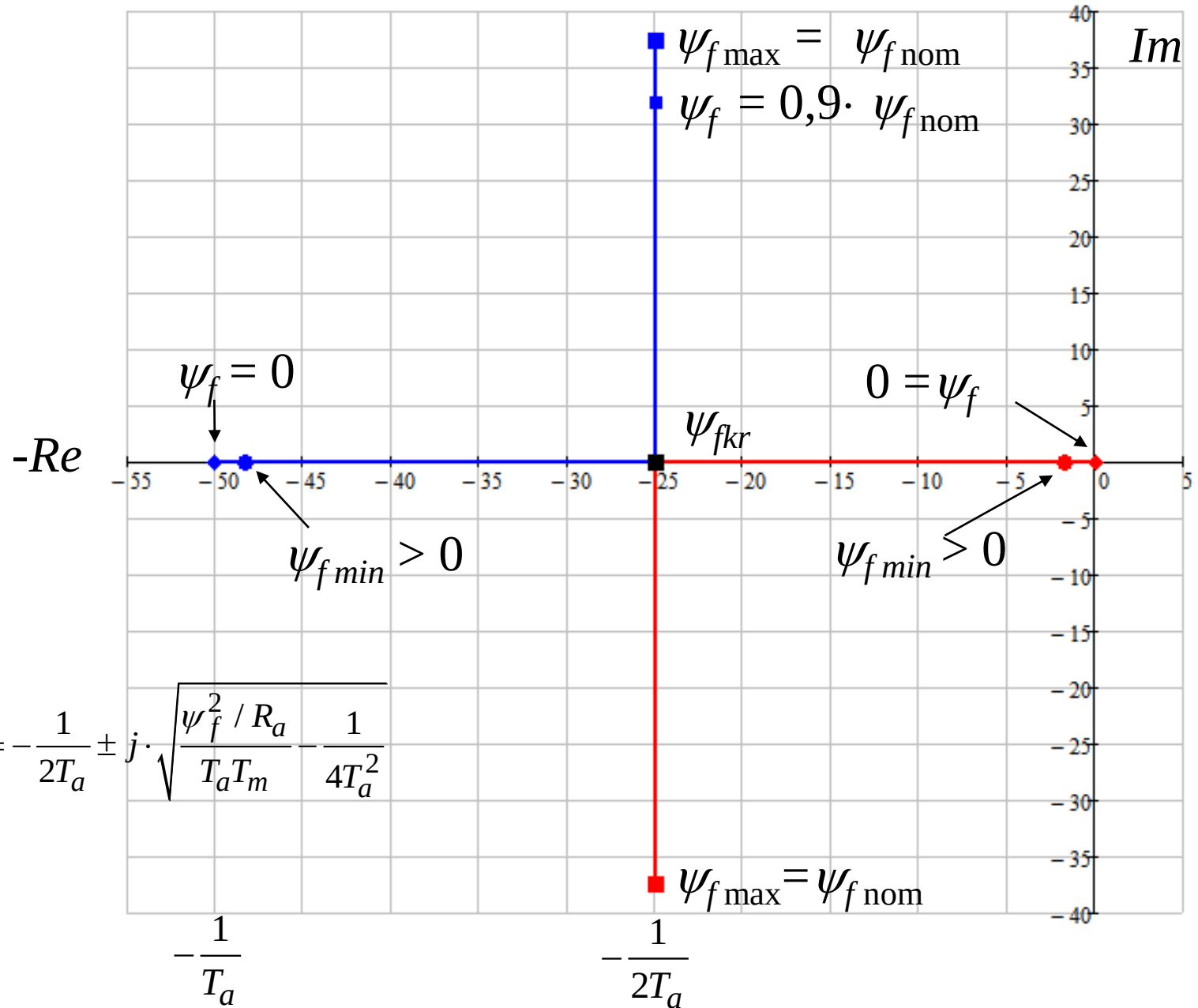
$$\lambda^2 \cdot T_a T_m + \lambda \cdot T_m + \frac{\psi_f^2}{R_a} = 0$$

Rešenja karakteristične jednačine su:

$$p_{1/2} = \lambda_{1/2} = -\frac{1}{2T_a} \pm j \cdot \sqrt{\frac{\psi_f^2 / R_a}{T_a T_m} - \frac{1}{4T_a^2}}$$

Uticaj fluksa na raspored polova - sopstvenih vrednosti.

N:



Vrednost fluksa pri kojoj se polovi izjednačavaju, odnosno postaju realni brojevi.

$$\psi_{fkr} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_m R_a}{T_a}}$$

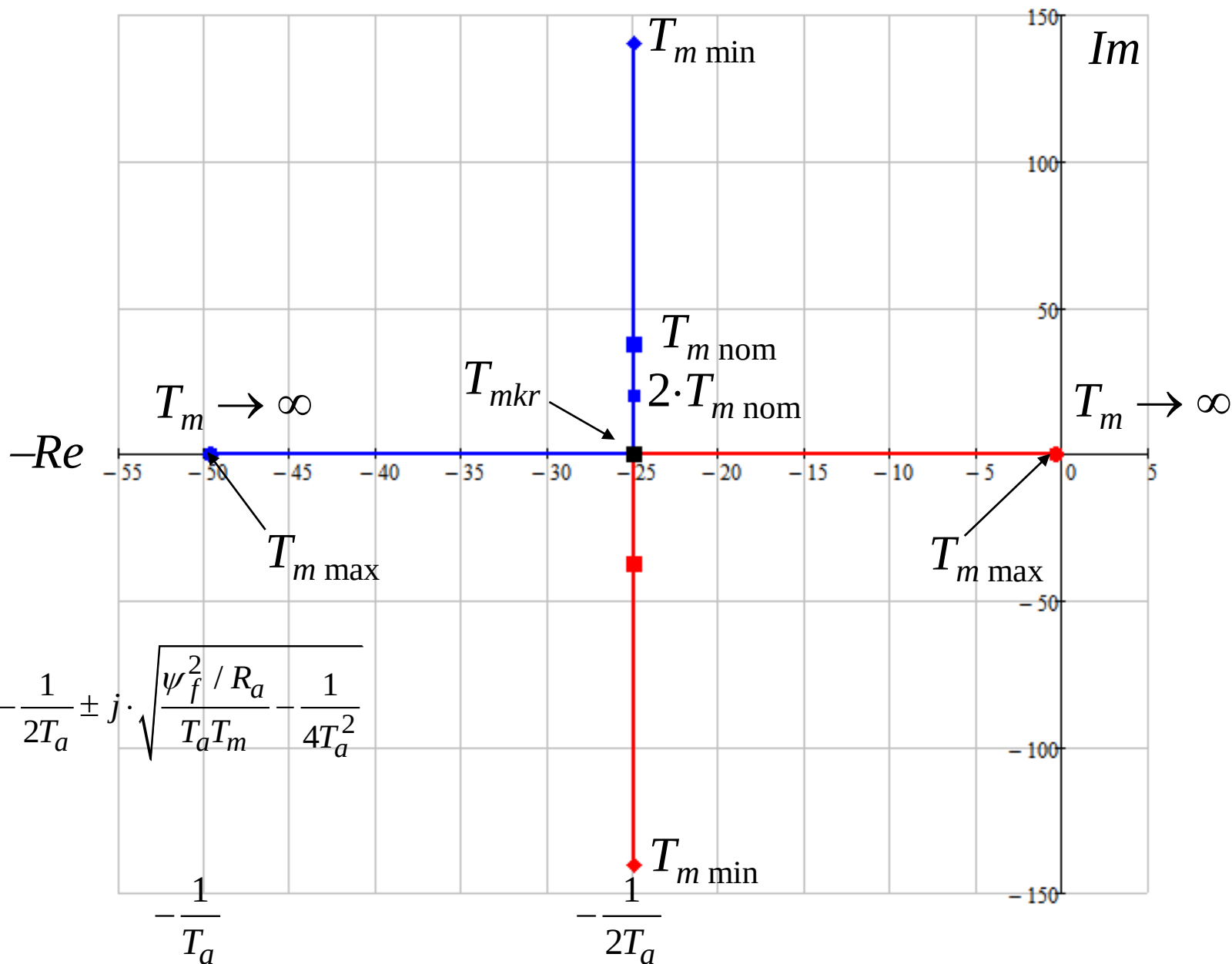
$$\text{za } 0 < \psi_{f \min} < \psi_f < \psi_{fkr} \quad \text{Im}[p_{1/2}] = \text{Im}[\lambda_{1/2}] = 0$$

$$\text{za } \psi_{fkr} < \psi_f < \psi_{fnom} \quad \text{Re}[p_{1/2}] = \text{Re}[\lambda_{1/2}] = -\frac{1}{2T_a}$$

$$\text{Im}[p_{1/2}] = \text{Im}[\lambda_{1/2}] \neq 0$$

Uticaj mom. inercije (T_m) na raspored polova – sopst. vrednosti

N:



Vrednost mehaničke vremenske konstante pri kojoj dolazi do promene prirode polova

$$T_{mkr} = \frac{4T_a \cdot \psi_f^2}{R_a}$$

za $T_{mkr} < T_m < T_{mmax}$

$$\text{Im}[p_{1/2}] = \text{Im}[\lambda_{1/2}] = 0$$

za $T_{mmin} < T_m < T_{mkr}$

$$\text{Re}[p_{1/2}] = \text{Re}[\lambda_{1/2}] = -\frac{1}{2T_a}$$

$$\text{Im}[p_{1/2}] = \text{Im}[\lambda_{1/2}] \neq 0$$

Uticaj dod. otpora (R_{ad}) na raspored polova – sopst. vrednosti

Karakteristična jednačina može se napisati:

$$p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_{f*}^2 / R_{a*} = 0$$

$$p^2 T_m T_a + p T_m + \frac{\psi_{f*}^2 T_a}{R_{a*} T_a} = 0, \quad p^2 T_m T_a + p T_m + \frac{\psi_{f*}^2 T_a}{\frac{R_a}{R_{ab}} \frac{L_a}{R_a}} = 0, \quad p^2 T_m T_a + p T_m + \frac{\psi_{f*}^2 T_a R_{ab}}{L_a} = 0$$

gde je:
$$T_a = \frac{L_a}{R_a + R_{ad}}$$

Polovi (sopstvene vrednosti) su:

$$p_{1/2} = \lambda_{1/2} = -\frac{1}{2T_a} \pm j \sqrt{\frac{\psi_{f*}^2 \cdot R_{ab}}{L_a T_m} - \frac{1}{4T_a^2}}$$

$$\text{Za } R_a + R_{ad} \rightarrow 0 \quad T_a \rightarrow \infty \quad p_{1/2} = \lambda_{1/2} = \pm j \psi_{f*} \sqrt{\frac{R_{ab}}{L_a \cdot T_m}}$$

$$\text{Za } R_{ad} \rightarrow \infty \quad T_a \rightarrow 0 \quad p_1 = \lambda_1 \rightarrow -\infty$$

$$p_2 = \lambda_2 \rightarrow 0$$

$$\text{Za } R_{ad \text{ kr}} = \frac{2 \cdot \psi_{f*} \cdot L_a}{\sqrt{T_m \cdot L_a / R_{ab}}} - R_a$$

$$p_1 = p_2 = \lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{1}{2T_a}$$

$$\text{Im}(p_{1/2}) = 0 \quad !!!$$

PROCENA PONAŠANJA POGONA U TRANZIJENTNIM STANJIMA POMOĆU FUNKCIJA PRENOSA

Potrebno je odrediti:

$$\Delta y(t) \quad \text{za odgovarajuće} \quad \Delta u(t)$$

Egzaktna zavisnost dobija se inverznom Laplasovom transformacijom:

$$\Delta y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{y}{u}(p) \cdot \Delta u(p) \right]$$

Za inženjerske potrebe dovoljno je napraviti procenu na osnovu poznavanja:

- polova (sopstvenih vrednosti);
- vrednosti $\Delta y(0)$ i
- vrednosti $\Delta y(\infty)$.

Podsećanje...

LAPLASOVA TRANSFORMACIJA

$$F(p) = \mathcal{L}(f(t)) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt$$

Umesto promenljive t – vreme, uvodi se promenljiva “ p ” – Laplasov operator, kompleksna promenljiva:

$$p = \sigma + j \cdot \omega = \xi \cdot \omega_n + j \cdot \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

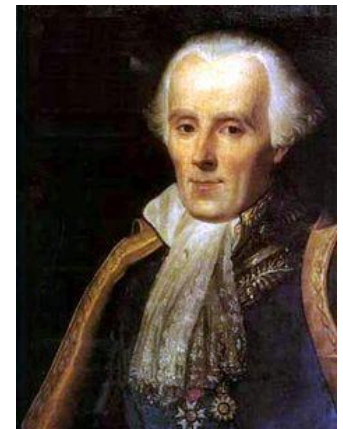
Gde je: σ – prigušenje;

ω – sopstvena učestanost;

ξ – relativno prigušenje;

ω_n – prirodna učestanost.

Pierre-Simon Laplace
1749-1827



Podsećanje...

Važne relacije:

$$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p) - f(0^+)$$

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t) dt\right] = \frac{F(p)}{p}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} pF(p)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$$

Jedinična odskočna
funkcija

$$h(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad \mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{p}$$

Jedinična impulsna
funkcija

$$\delta(t) = \begin{cases} +\infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) \cdot dt = 1 \quad \mathcal{L}[\delta(t)] = 1$$

Jedinična nagibna
funkcija

$$\mathcal{L}[t \cdot h(t)] = \frac{1}{p^2}$$

$$\Delta y(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} \left[p \frac{y}{u}(p) \cdot \Delta u(p) \right]$$

$$\Delta y(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \left[p \frac{y}{u}(p) \cdot \Delta u(p) \right]$$

Karakteristični ulazi:

- " step "

$$\Delta u(p) = \frac{\Delta u}{p}$$

- " impuls "

$$\Delta u(p) = \Delta u$$

Za posmatrani pogon:

$$H_{u\omega}(p) = \frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

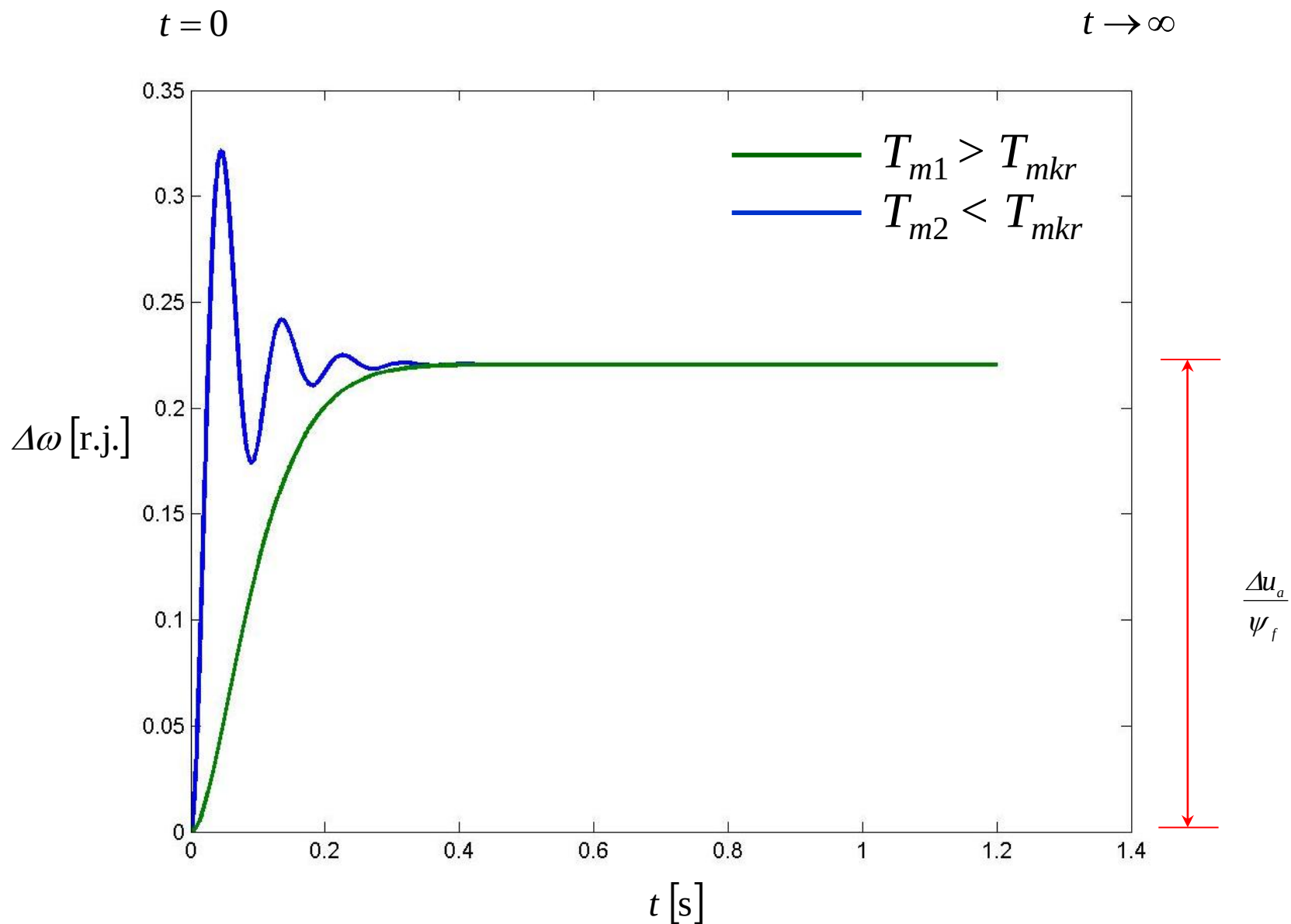
$$H_{ui}(p) = \frac{p T_m / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

$$H_{m\omega}(p) = \frac{-(1 + p T_a)}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

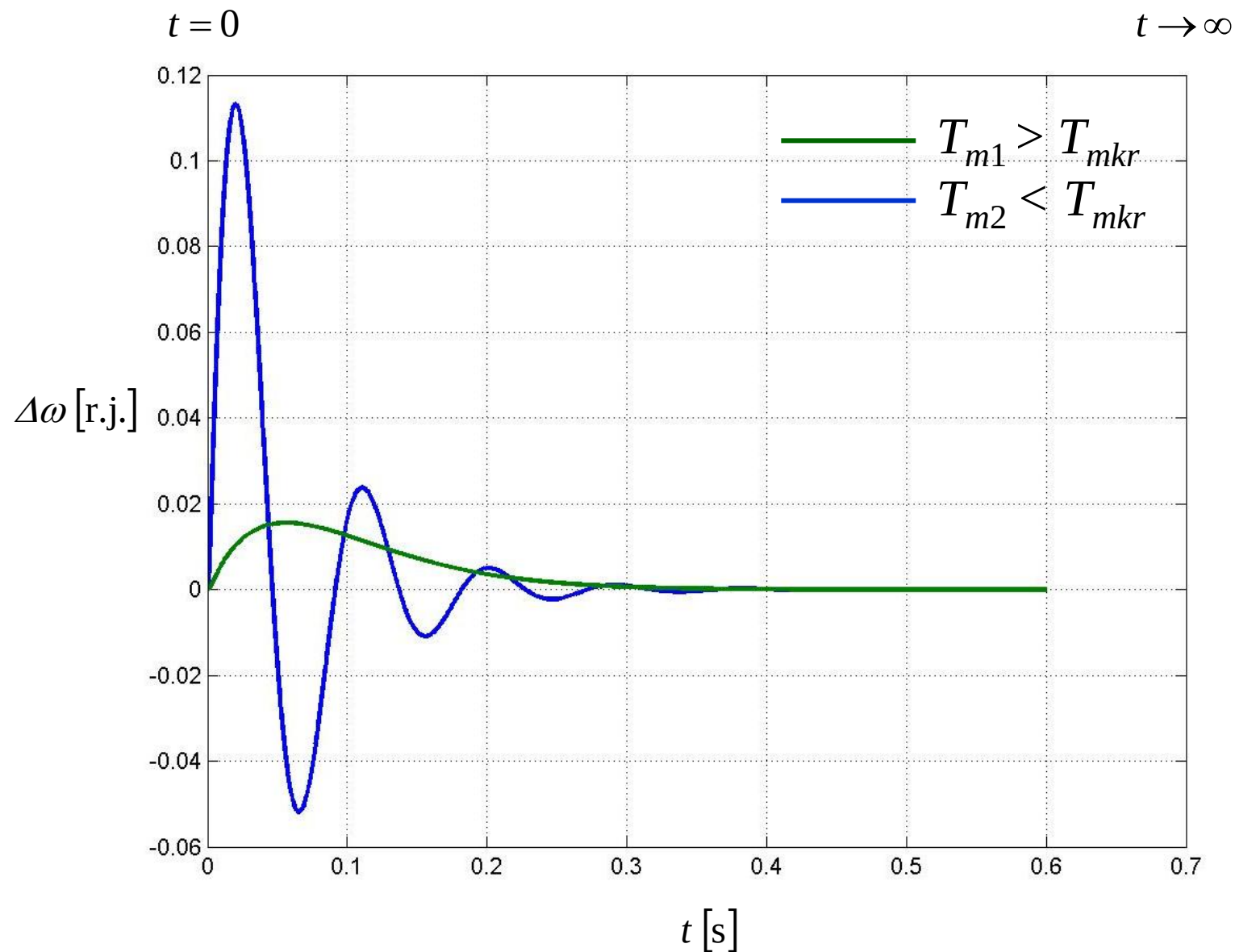
$$H_{mi}(p) = \frac{\psi_f / R_a}{p^2 T_a T_m + p T_m + \psi_f^2 / R_a}$$

	“Step”		“Impuls”	
	$t=0$	$t \rightarrow \infty$	$t=0$	$t \rightarrow \infty$
$u_a \rightarrow \omega$	0	$\Delta u_a / \psi_f$	0	0
$u_a \rightarrow i_a$	0	0	$\Delta u_a / T_a R_a$	0
$m_m \rightarrow \omega$	0	$-\Delta m_m R_a / \psi_f^2$	$-\Delta m_m / T_m$	0
$m_m \rightarrow i_a$	0	$\Delta m_m / \psi_f$	0	0

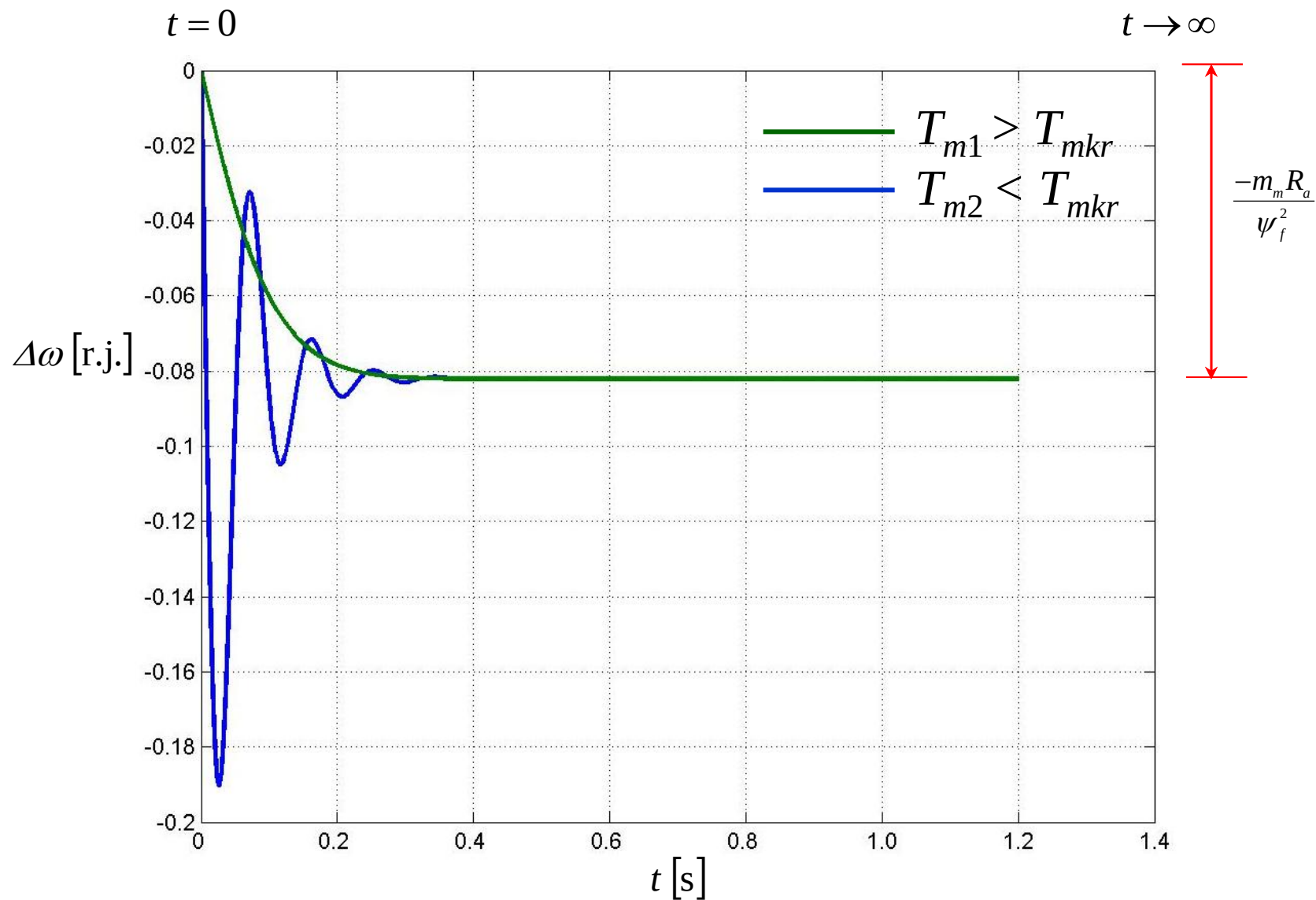
Odziv brzine motora na promenu napona indukta po "step" funkciji
 ($u_a \rightarrow \omega$)



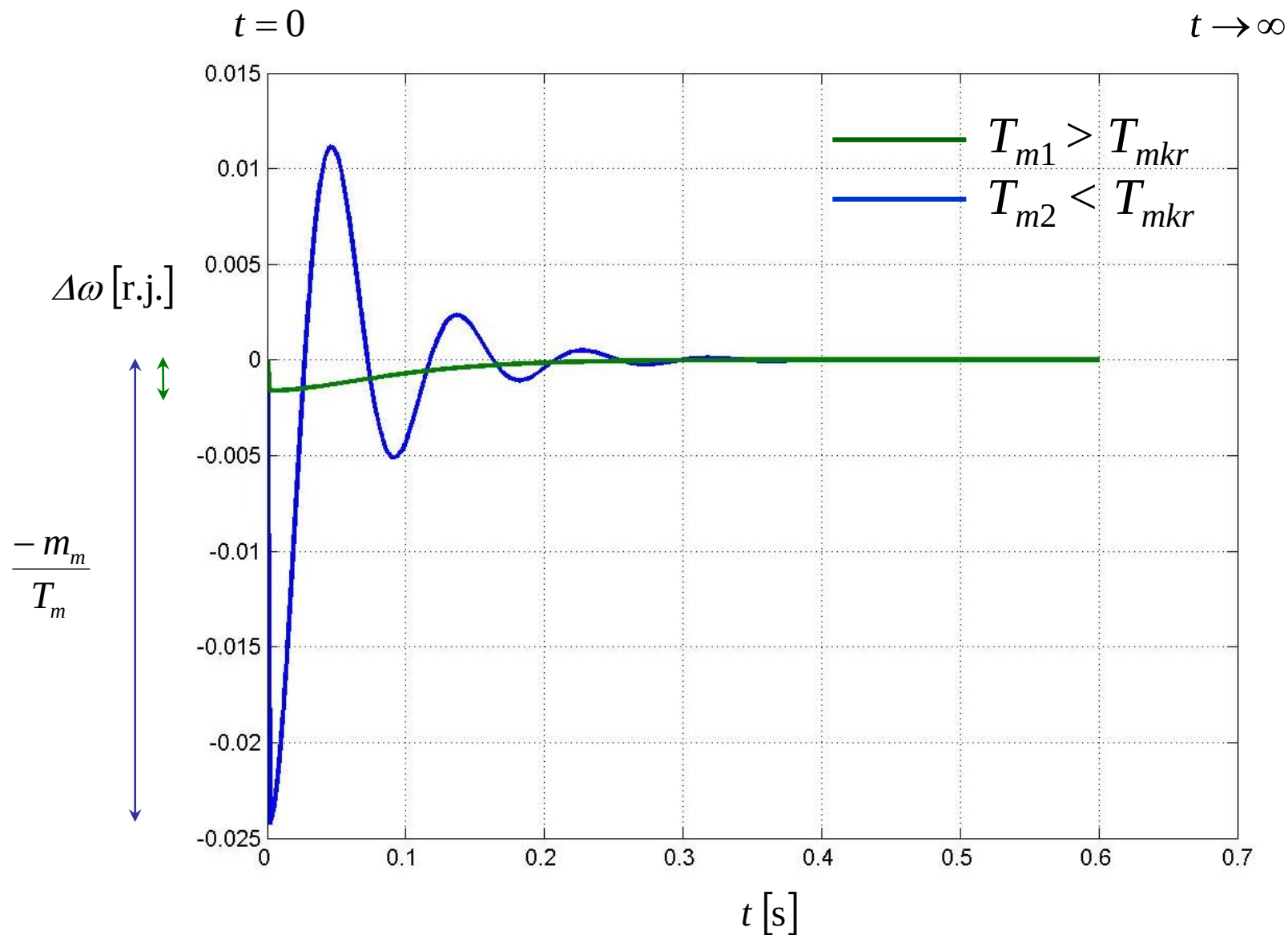
Odziv brzine motora na impulsnu promenu napona indukta
($u_a \rightarrow \omega$)



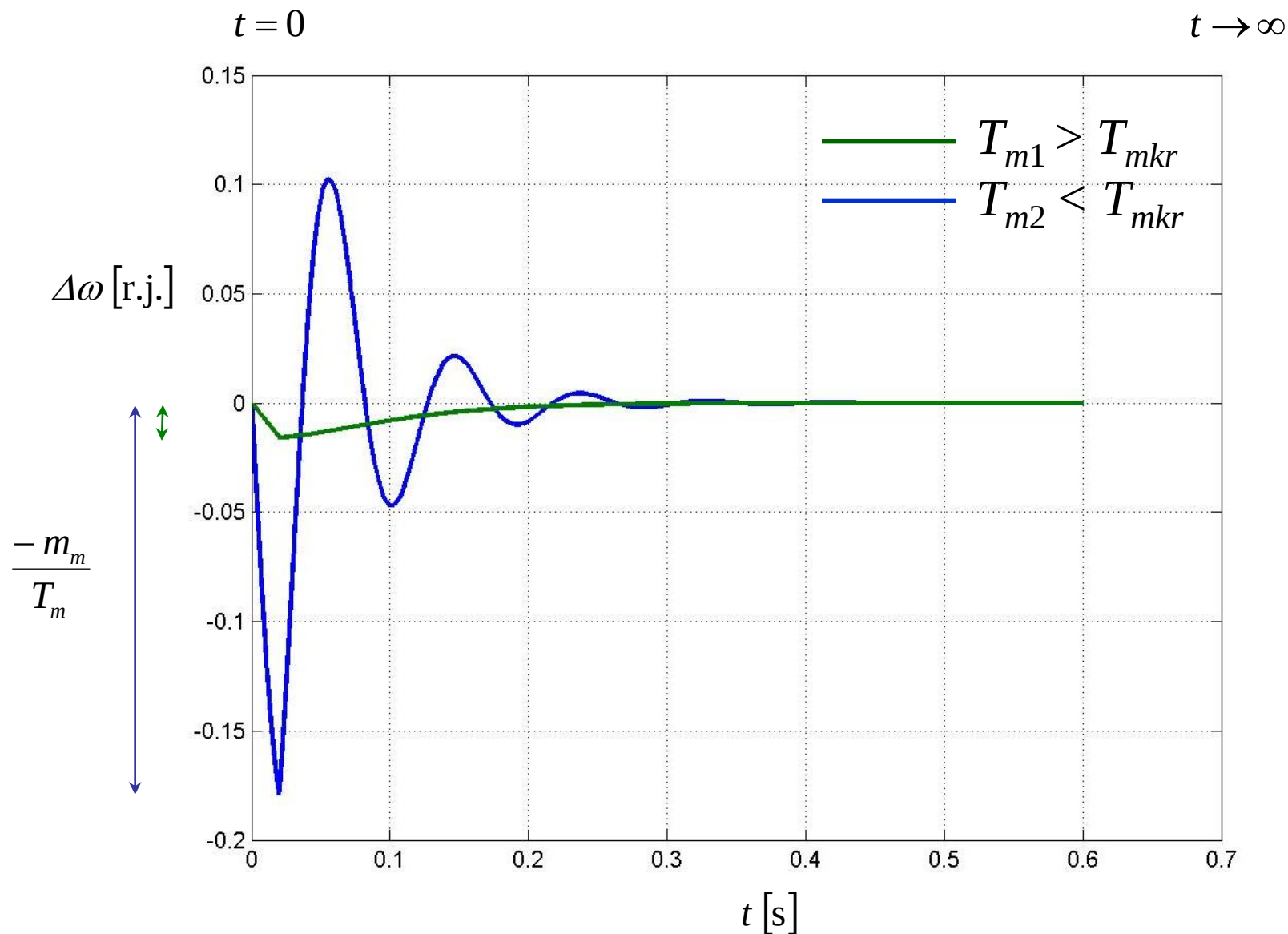
Odziv brzine motora na promenu momenta opterećenja po "step" funkciji
 ($m_m \rightarrow \omega$)



Odziv brzine motora na impulsnu promenu momenta opterećenja $(m_m \rightarrow \omega)$



Odziv brzine motora na impulsnu promenu momenta opterećenja (impuls duže traje u odnosu na prethodni slučaj) ($m_m \rightarrow \omega$)



MODELOVANJE

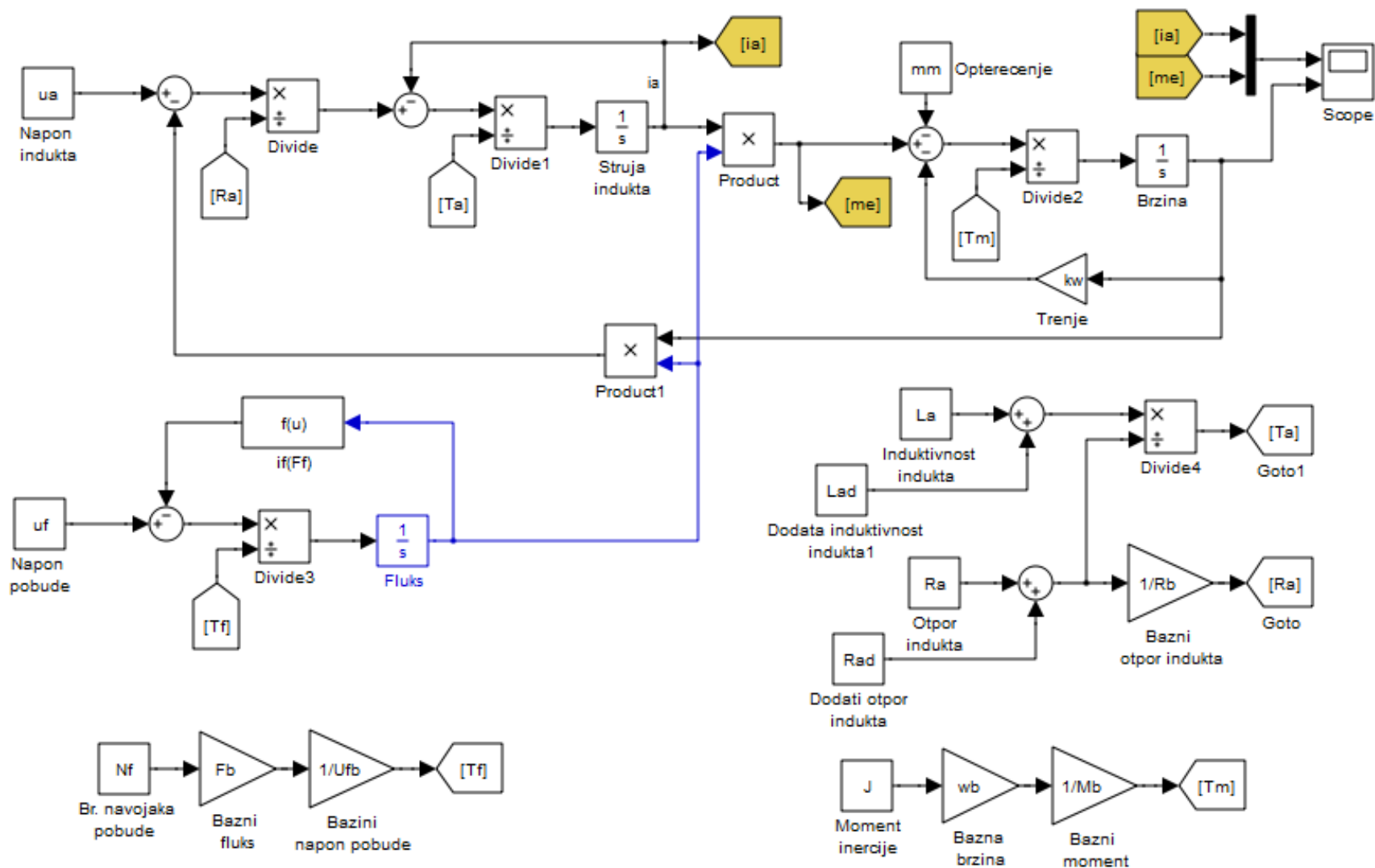
Digitalni računari i softverski paketi.

Mogućnosti:

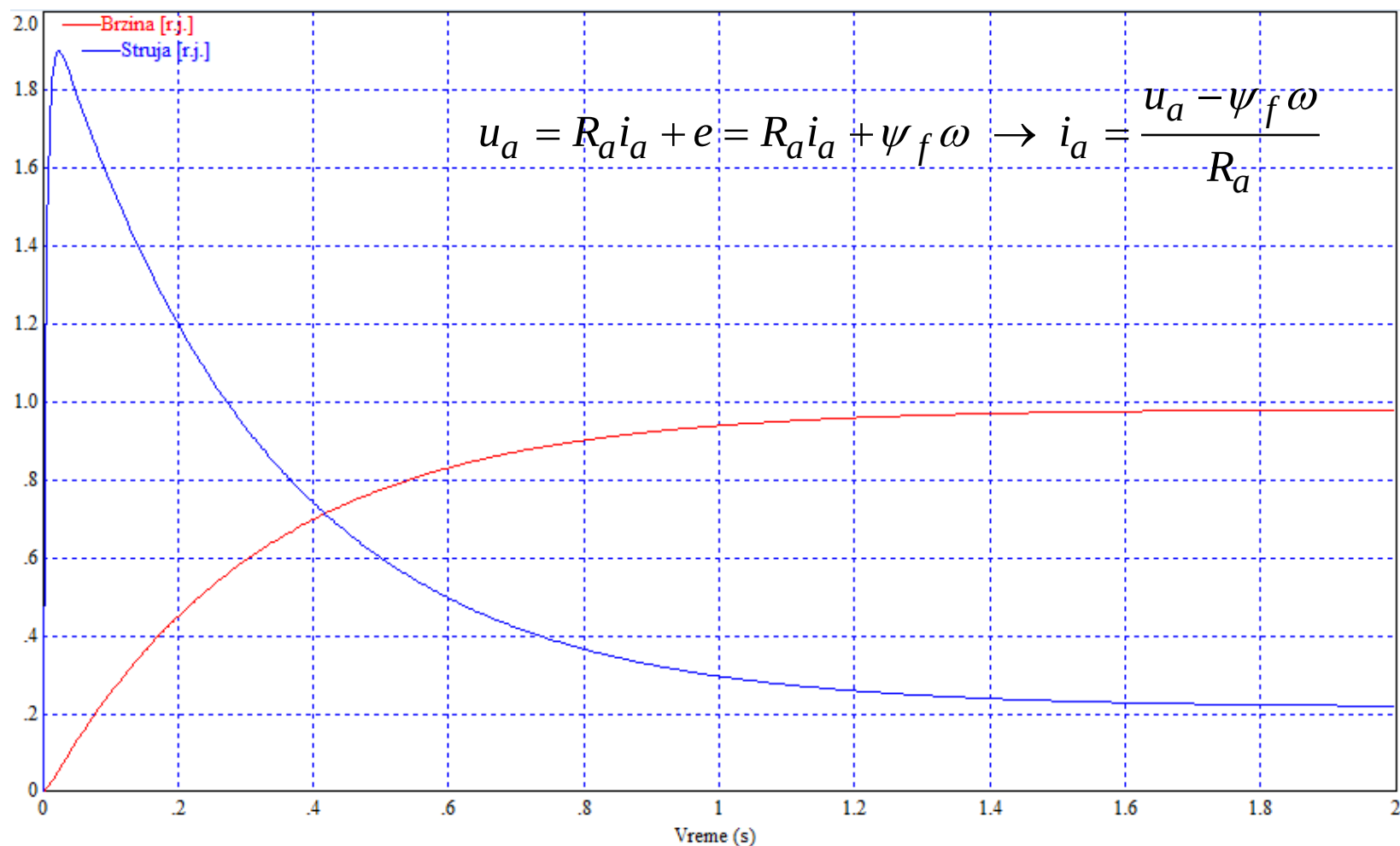
- analiza nelinearnih sistema;
- analiza stanja kod više istovremenih poremećaja;
- interaktivan rad sa modelom;
- istovremeno posmatranje više izlaza, ili karakterističnih veličina;
- utvrđivanje parametara sistema na osnovu poznavanja ulaza i izlaza itd.

BLOK DIJAGRAM MODELA POGONA SA NEZAVISNO POBUĐENIM JEDNOSMERNIM MOTOROM

N:

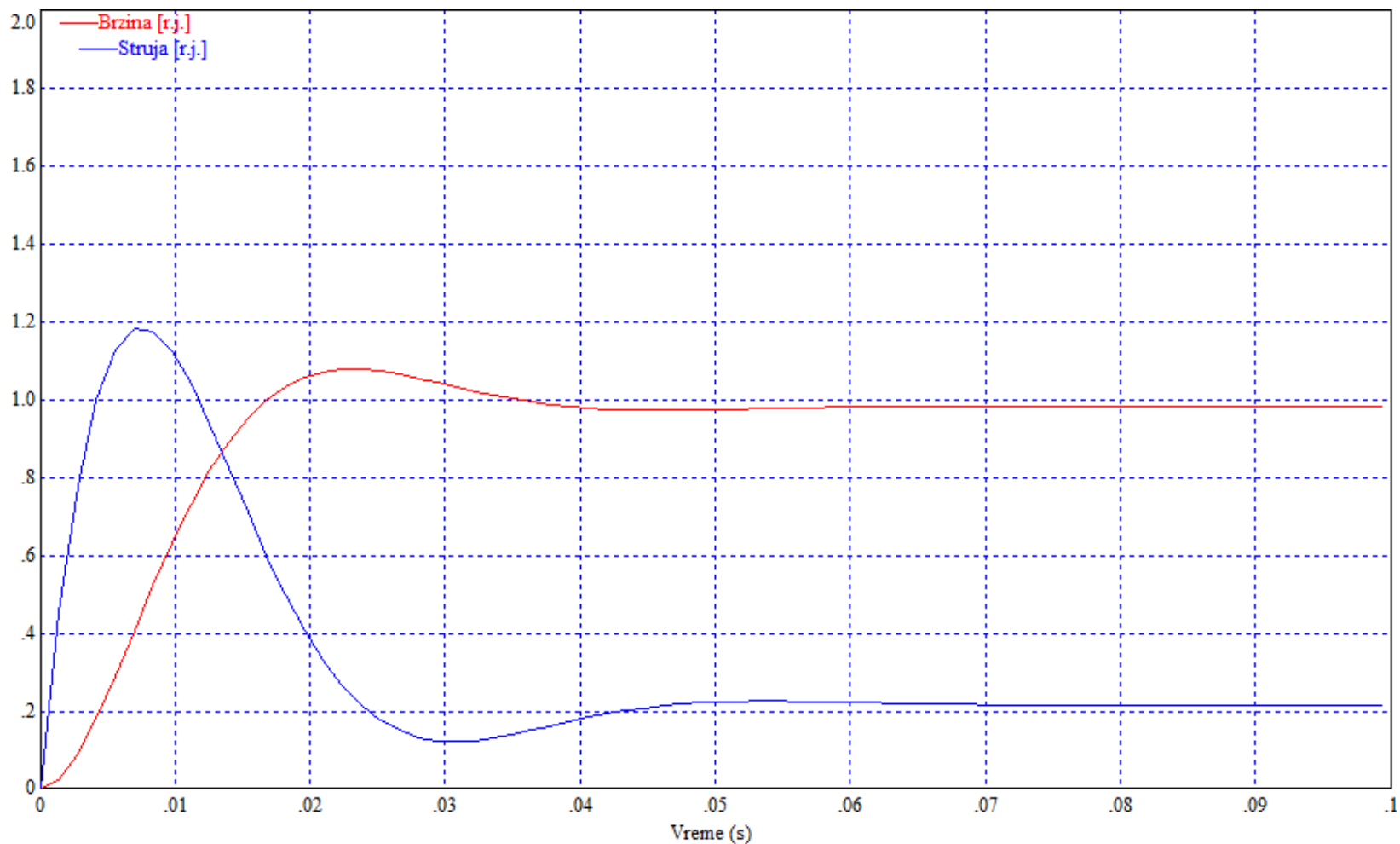


Slika 1: Start pogona u praznom hodu $m_{tr}[\text{r.j.}] = 0,2 \cdot \omega[\text{r.j.}]$



Struja polaska je ograničena dodatim otporom.
Prelazni proces je aperiodičan.

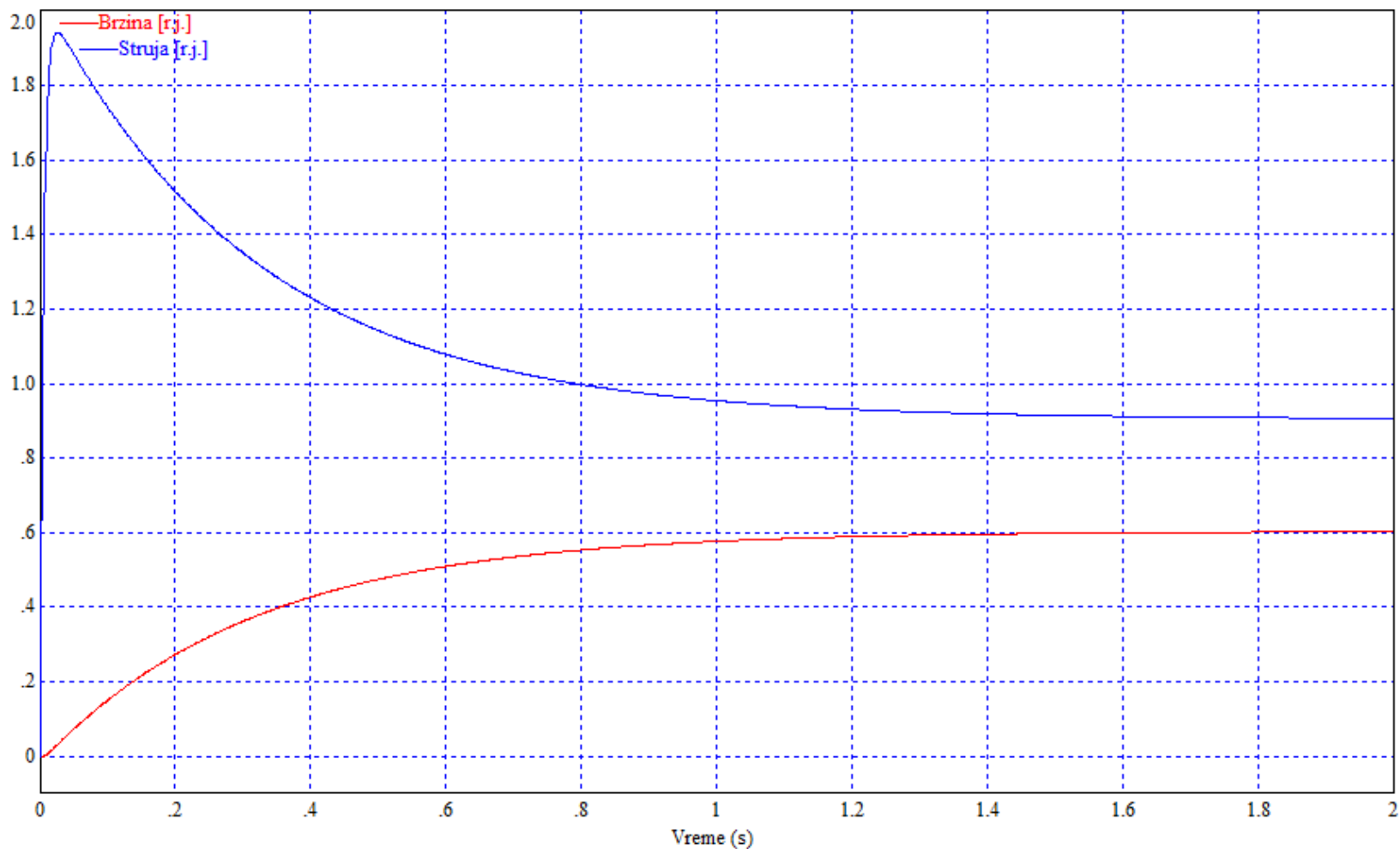
Slika 2: Start pogona u praznom hodu $m_{tr}[r.j.] = 0,2 \cdot \omega[r.j.]$



Struja polaska ograničena kao na slici 1

Prelazni proces periodično - prigušen

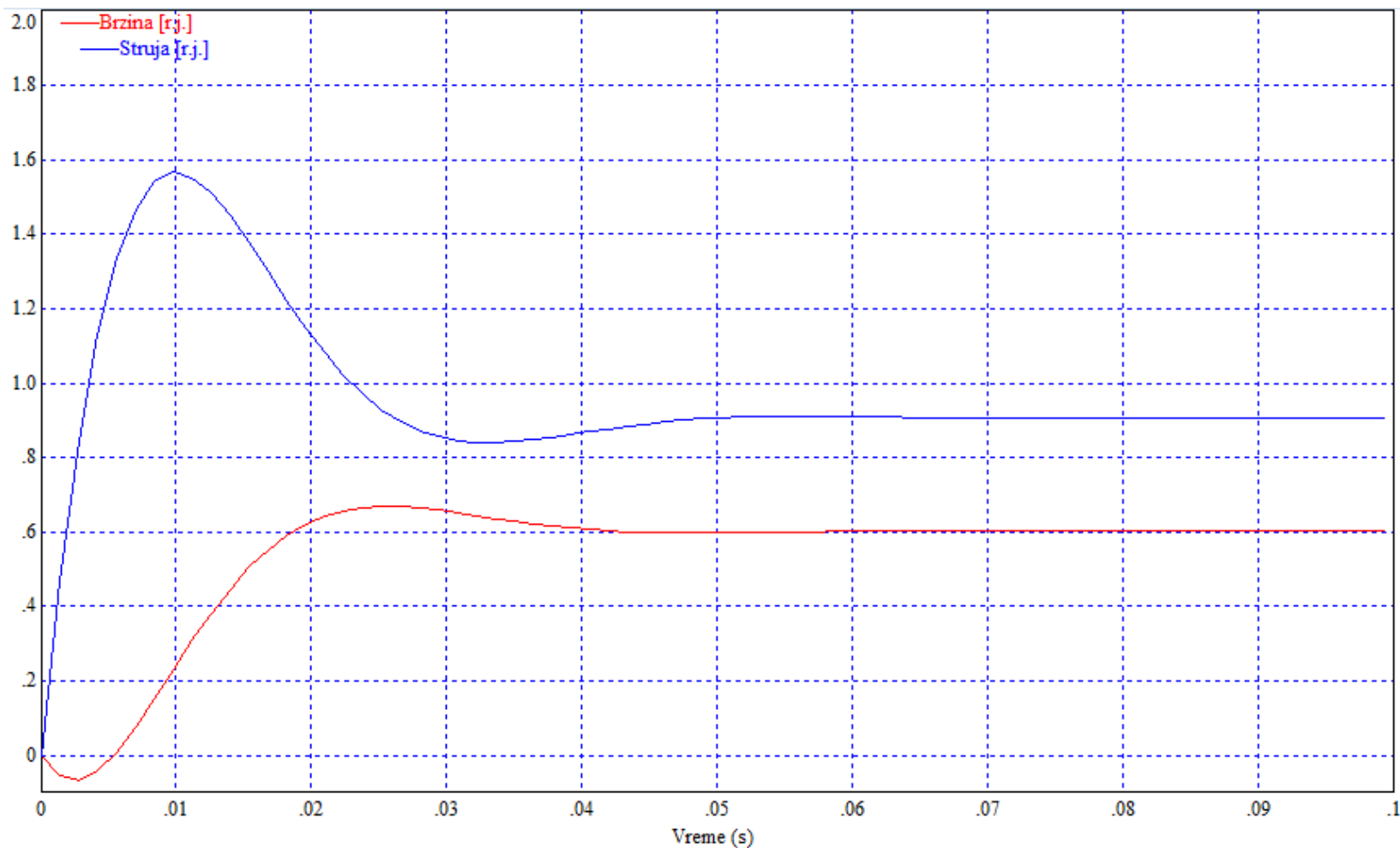
Slika 3: Start pogona pod opterećenjem $m_m[\text{r.j.}] = 0,7[\text{r.j.}] + m_{tr}[\text{r.j.}]$



Struja polaska ograničena kao na slici 1

Prelazni proces aperiodičan

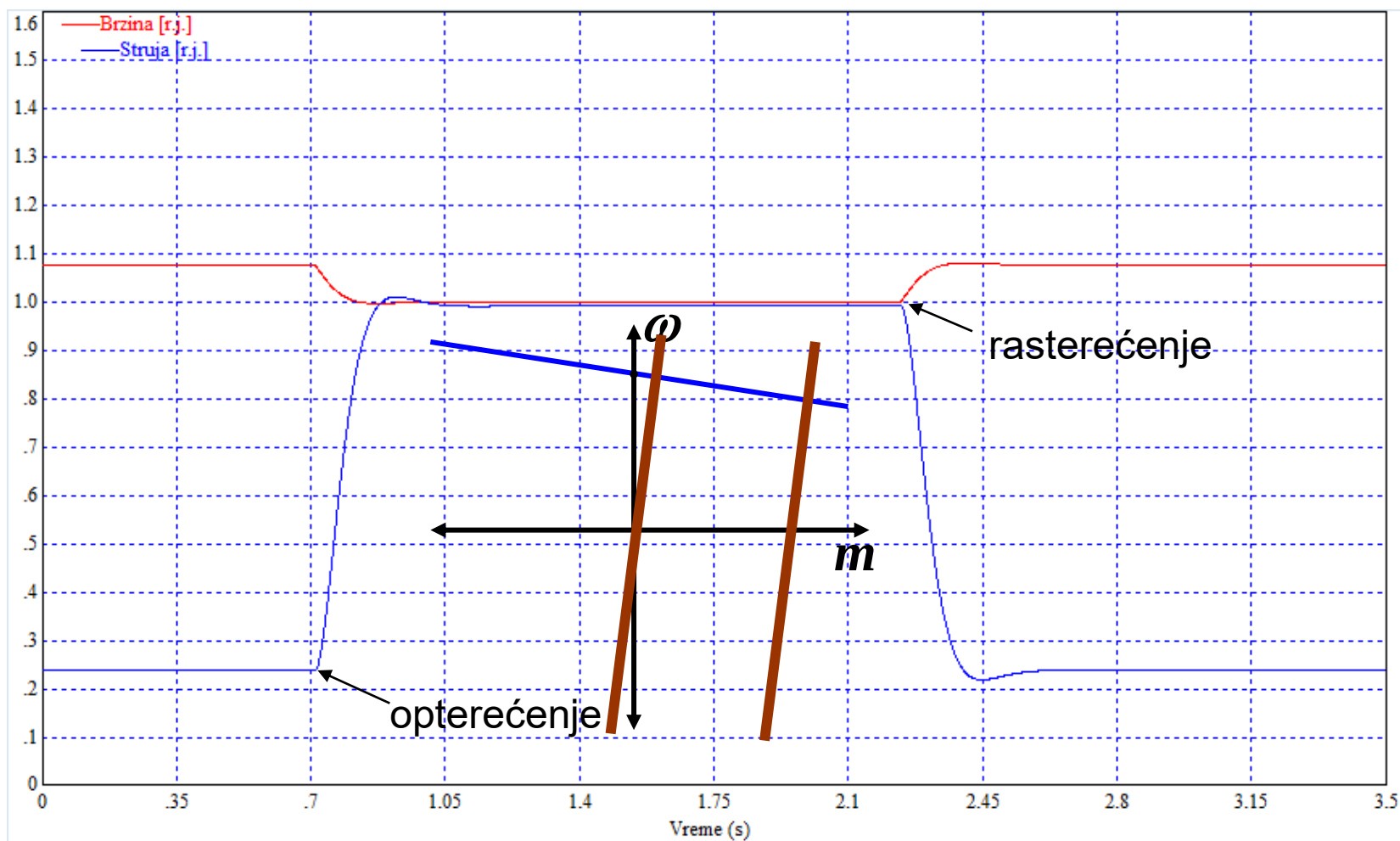
Slika 4: Start pogona pod opterećenjem $m_m[r.j.] = 0,7 [r.j.] + m_{tr}[r.j.]$



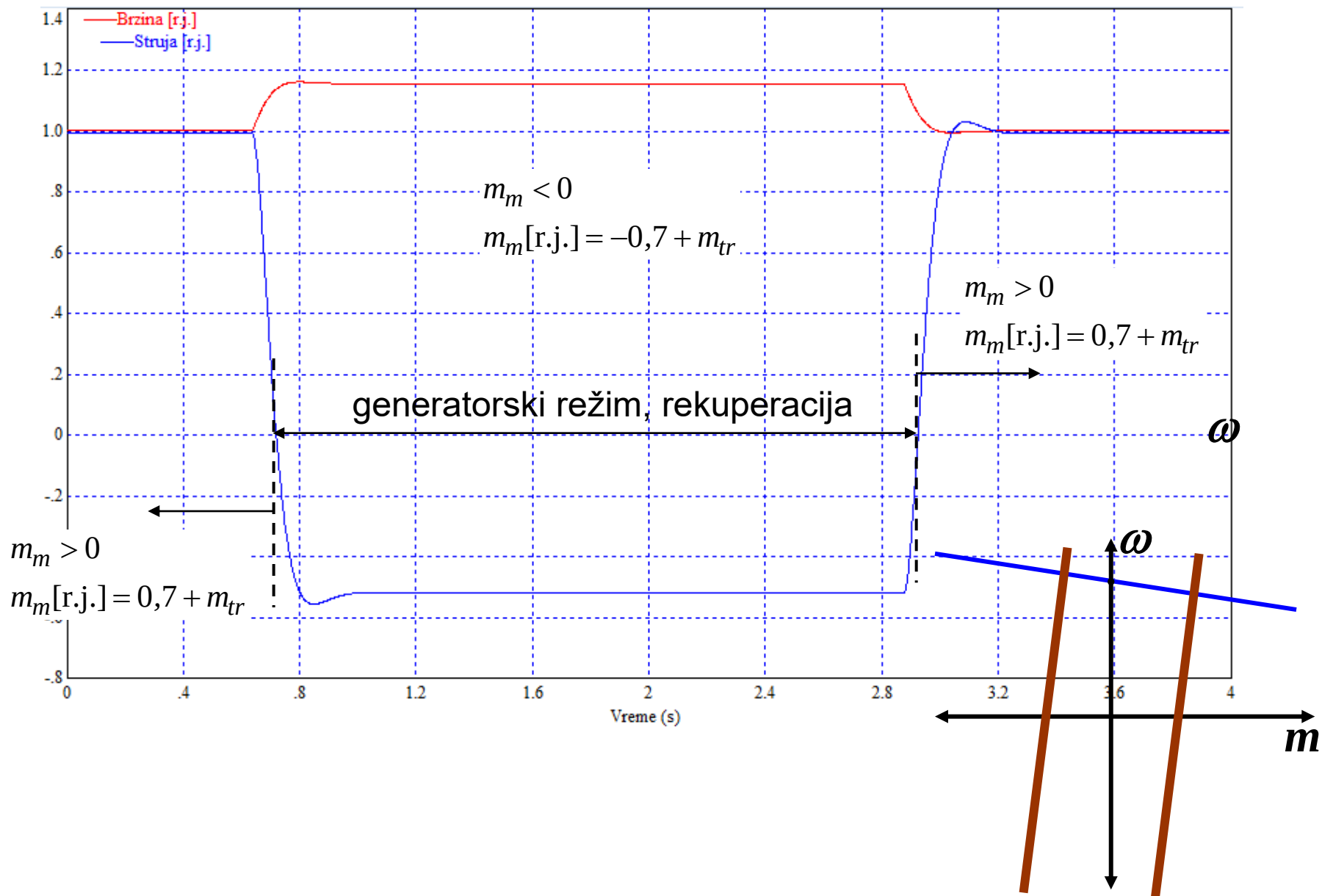
Struja polaska ograničena kao na slici 1

Prelazni proces periodično - prigušen

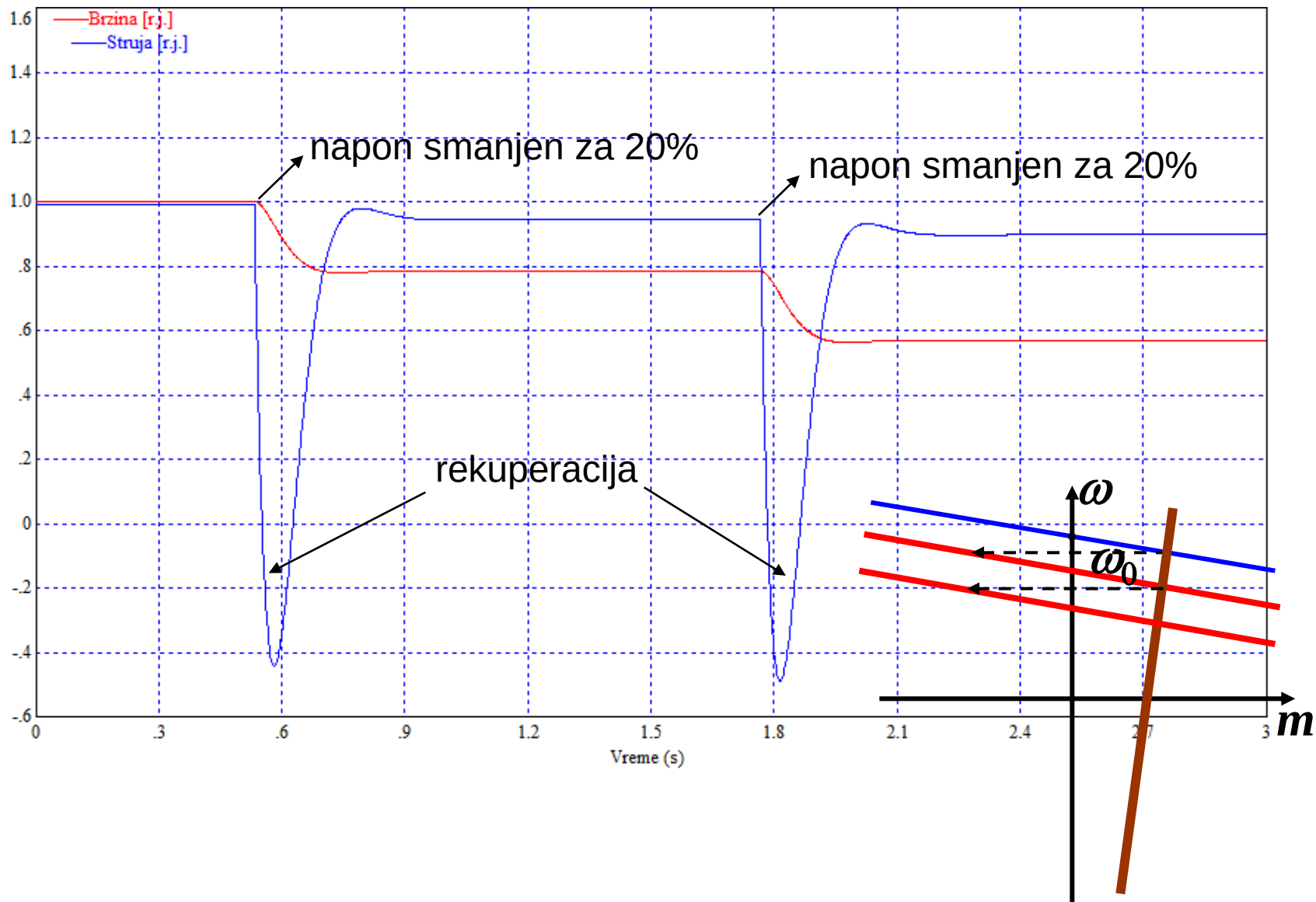
Slika 5: Opterećenje $m_m[r.j.] = 0,7[r.j.] + m_{tr}[r.j.]$ i potpuno rasterećenje



Slika 6: Prelazak iz motornog u generatorski režim

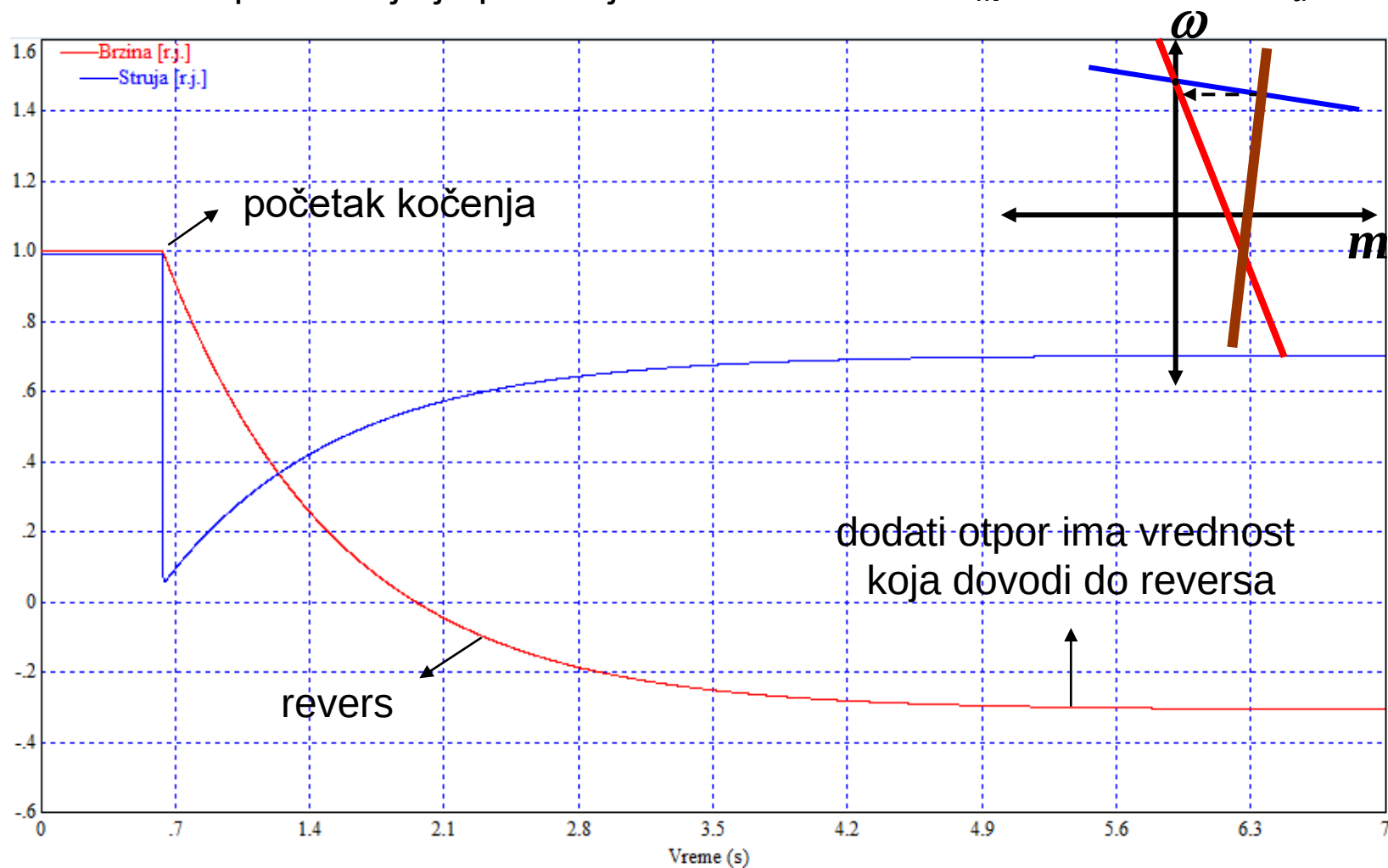


Slika 7: Rekuperacija usled snižavanja napona indukta
 Moment opterećenja konstantan $m_m[\text{r.j.}] = 0,7 [\text{r.j.}] + m_{tr}[\text{r.j.}]$



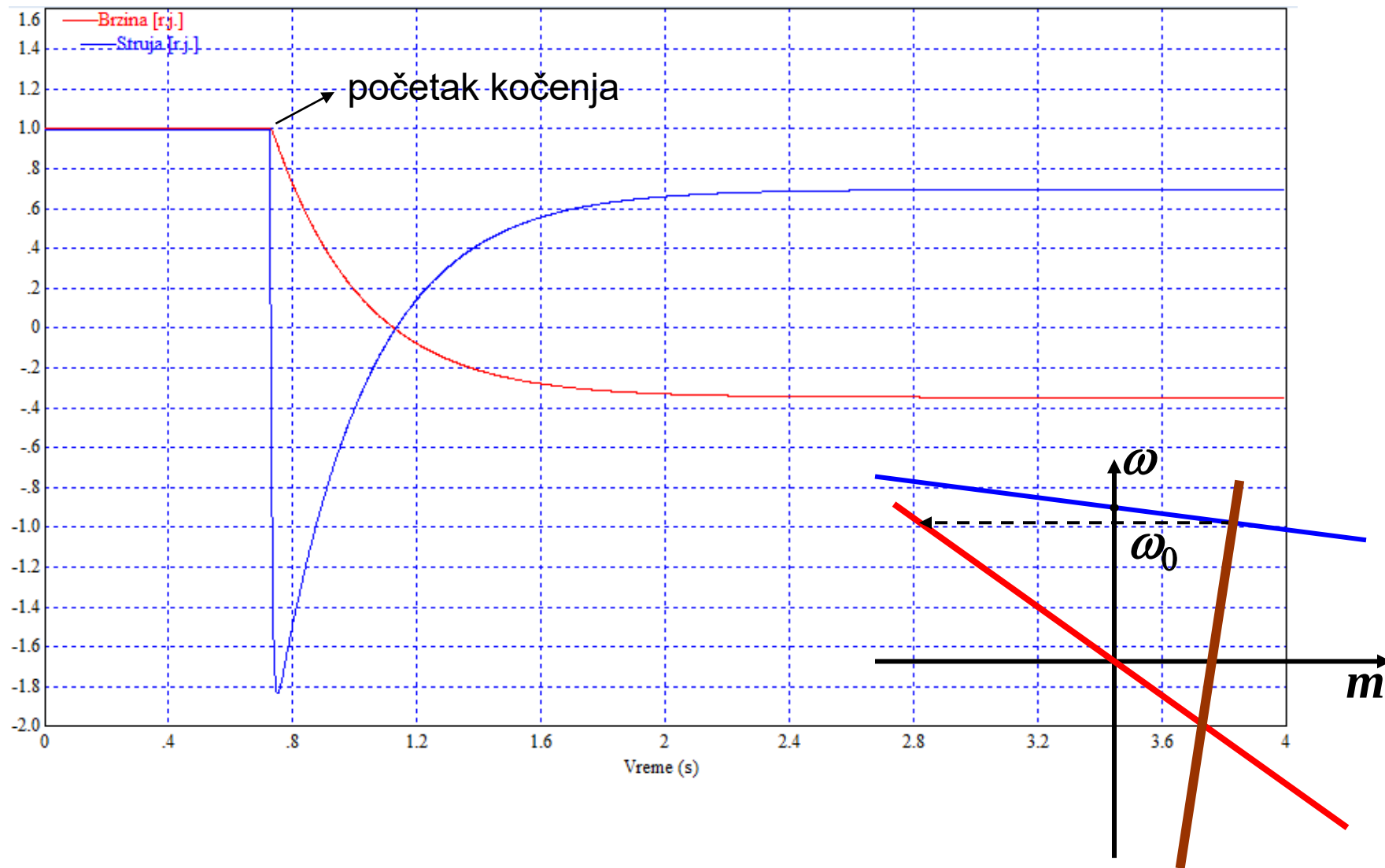
Slika 8: Protivstrujno kočenje na prvi način

Moment opterećenja je potencijalan i konstantan $m_m[r.j.] = 0,7[r.j.] + m_{tr}[r.j.]$



Slika 9: Dinamičko kočenje - moment opterećenja konstantan

$$m_m[\text{r.j.}] = 0,7 [\text{r.j.}] + m_{tr}[\text{r.j.}]$$



Slika 10: Protivstrujno kočenje na drugi način

Momenat opterećenja je reaktivan i konstantan

$$m_m[r.j.] = 0,7[r.j.] + m_{tr}[r.j.]$$

