

**ELEKTROMOTORNI POGON
SA SINHRONIM MOTOROM
SA PERMANENTNIM
MAGNETIMA**
**dinamički model i vektorsko
upravljanje**

DINAMIČKI MODEL DVOFAZNOG SINHRONOG MOTORA SA PERMANENTNIM MAGNETIMA NA ROTORU

- Dinamički model dvofaznog sinhronog motora sa ukopanim permanentnim magnetima u stacionarnom dvofaznom dq referentnom sistemu kod koga je $\omega_{rS} = 0$

Naponske jednačine za stator:

$$u_{qs} = R_q i_{qs} + p\psi_{qs}$$

$$u_{ds} = R_d i_{ds} + p\psi_{ds}$$

Model se izvodi pod sledećim uslovima:

1. statorski namotaj je ravnomerno sinusoidalno raspoređen po obimu statora, pa je i mps statora sinusoidalna.
2. Induktivnost statora se menja sinusoidalno sa promenom položaja rotora sa ukopanim permanentnim magnetima (anizotropan rotor).
3. Zasićenje magnetnog kola statora i promena parametara mašine u toku rada se zanemaruje.

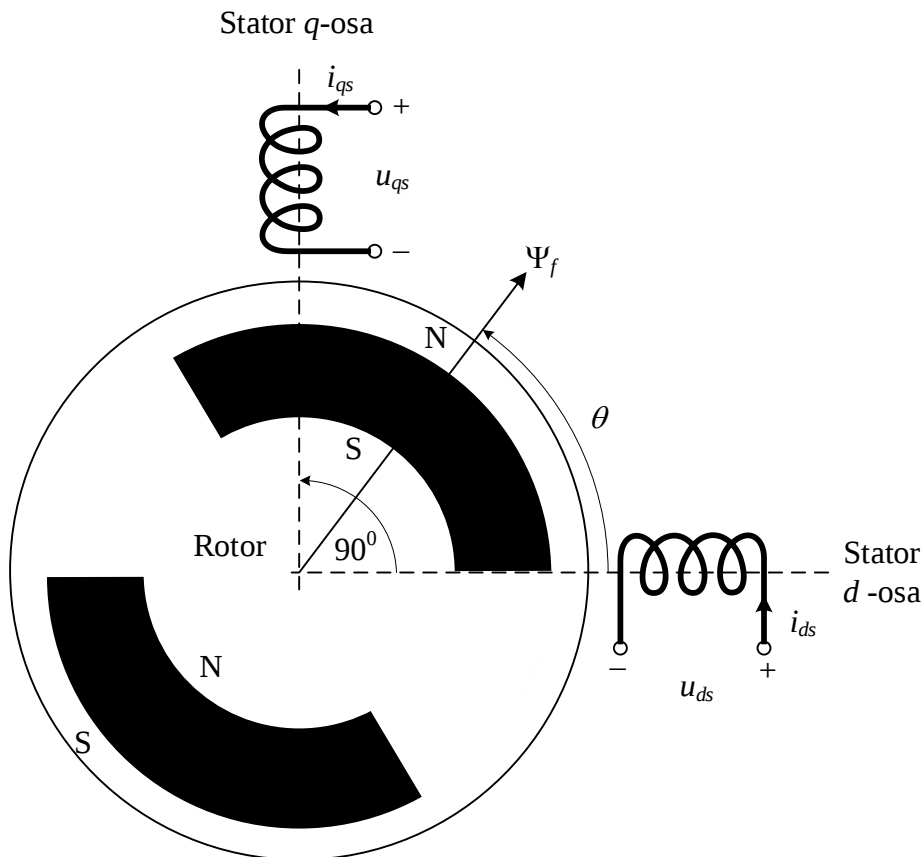
p - operator diferenciranja, d/dt

u_{qs} i u_{ds} su naponi u q i d namotaju statora

i_{qs} i i_{ds} su struje u q i d namotaju statora

R_q i R_d su otpornosti q i d namotaja statora

ψ_{qs} i ψ_{ds} su fluksevi q i d namotaja statora



Fluksevi u namotajima statora se mogu predstaviti:

$$\psi_{qs} = L_{qq}i_{qs} + L_{qd}i_{ds} + \psi_f \sin \theta$$

$$\psi_{ds} = L_{dq}i_{qs} + L_{dd}i_{ds} + \psi_f \cos \theta$$

gde su: θ – trenutni položaj rotora (električni ugao), $R_d=R_q=R_s$ otpornosti statorskog namotaja, koje su jednake pod uslovom da je trofazni namotaj statora simetričan.

$$u_{qs} = R_s i_{qs} + i_{qs} p L_{qq} + L_{qq} p i_{qs} + L_{qd} p i_{ds} + i_{ds} p L_{qd} + \psi_f p \sin \theta$$

$$u_{ds} = R_s i_{ds} + i_{qs} p L_{qd} + L_{qd} p i_{qs} + L_{dd} p i_{ds} + i_{ds} p L_{dd} + \psi_f p \cos \theta$$

Gde su

$$L_{ij} \quad (i, j = d, q)$$

- Sopstvene ($i=j$) i međusobne ($i \neq j$) induktivnosti namotaja statora, gde i označava osu u kojoj se meri elektromotorna sila nastala kao posledica struje u namotaju j .

$$L_{qq} = \frac{1}{2} \left[(L_q + L_d) + (L_q - L_d) \cos(2\theta) \right]$$

$$L_{dd} = \frac{1}{2} \left[(L_q + L_d) - (L_q - L_d) \cos(2\theta) \right]$$

Fluksevi u namotajima statora se mogu predstaviti:

$$\psi_{qs} = L_{qq}i_{qs} + L_{qd}i_{ds} + \psi_f \sin \theta$$

$$\psi_{ds} = L_{dq}i_{qs} + L_{dd}i_{ds} + \psi_f \cos \theta$$

Dakle za $\theta = 0^\circ$, $L_{dd}=L_d$, a za $\theta = 90^\circ$, $L_{dd}=L_q$.

- U položaju $\theta=0^\circ$ stalni magneti su poravnati sa statorskim namotajem d-ose. Dužina putanje magnetnog fluksa kroz vazduh u tom slučaju je uvećana za debljinu magneta. Kako je relativna permeabilnost magneta približno jednaka relativnoj permeabilnosti vazduha, magnetni otpor (reluktansa) fluksne putanje se povećava, pa se samim tim induktivnost namotaja smanjuje. Reluktansa magnetne putanje kroz gvožđe se zanemaruje u ovoj konceptualnoj analizi.

Ovaj položaj odgovara minimalnoj vrednosti induktivnosti i označava se kao L_d .

- Kako se rotor pomera u suprotnom smeru od kretanja kazaljke na satu, reluktansa se smanjuje, a induktivnost raste, sve dok rotor ne dostigne položaj od 90 električnih stepeni. U tom položaju, magnetna putanja fluksa po uzdužnoj osi d -osi uopšte ne prolazi kroz magnete, već prolazi kroz gvožđe rotora i vazdušne zazor sa obe strane. Zbog toga je u tom položaju, koji se naziva položaj poprečne ose, induktivnost namotaja po d -osi maksimalna. Induktivnost u ovom položaju označava se kao L_q .

- Kako su namotaji raspoređeni tako da obezbede sinusoidalnu magnetopobudnu silu, sopstvene induktivnosti se mogu modelovati kao kosinusne funkcije dvostrukog ugla položaja rotora u odnosu na d -osu, što odgovara opisanoj fizičkoj stvarnosti.

$$L_{qq} = L_1 + L_2 \cos(2\theta)$$

$$L_{dd} = L_1 - L_2 \cos(2\theta)$$

Gde je:

$$L_1 = \frac{1}{2}(L_q + L_d)$$

$$L_2 = \frac{1}{2}(L_q - L_d)$$

-Međusobne induktivnosti između namotaja u q i d osama su NULA, ako je rotor cilindričan i gladak, jer fluks koji je stvorila struja u jednom namotaju neće biti obuhvaćen namotajem koji je pomeren za 90° (sinusna raspodela namotaja na statoru, geometrijsko rasporezanje). Kod sinhrona mašine sa ukopanim magnetima, postoji anizotropnost, pa će se deo fluksa koji stvara namotaj u osi d obuhvatiti namotajem u osi q .

- Što se tiče međusobne induktivnosti, kada je pozicija rotora 0° ili 90° , međusobno sprezanje je jednako 0, ali je zato maksimalno kada je rotor u poziciji -45° . Zato, ako pretpostavimo sinusoidalnu raspodelu, međusobna induktivnost se može napisati kao:

$$L_{dq} = L_{qd} = \frac{1}{2}(L_d - L_q)\sin(2\theta) = -L_2 \sin(2\theta)$$

- U slučaju PMSM, $L_q > L_d$ uvek, zato što je d osa postavljena u pravac fluksa permanentnog magneta.
- Zamenom izraza za sopstvene i međusobne induktivnosti u funkciji položaja rotora u naponske jednačine statora, dobiće se da veliki broj članova zavisi od položaja rotora.

$$\begin{bmatrix} u_{qs} \\ u_{ds} \end{bmatrix} = R_s \cdot \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos 2\theta & -L_2 \sin 2\theta \\ -L_2 \sin 2\theta & L_1 - L_2 \cos 2\theta \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} +$$

$$+ 2\omega L_2 \begin{bmatrix} -\sin 2\theta & -\cos 2\theta \\ -\cos 2\theta & \sin 2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \psi_f \omega \begin{bmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix}$$

- Primetiti da je treći član posledica anizotropnosti, tj. kada važi $L_q \neq L_d$

-U slučaju da su magneti površinski montirani (SM-PMSM), induktivnosti su jednake, pa je zbog toga $L_2=0$ i treći član ne postoji. Takođe nestaju i ostali članovi u matrici koji zavise od L_2 , pa se za SPMSM dobijaju vrlo jednostavne finalne naponske jednačine:

$$\begin{bmatrix} u_{qs} \\ u_{ds} \end{bmatrix} = R_s \cdot \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \psi_f \omega \begin{bmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix}$$

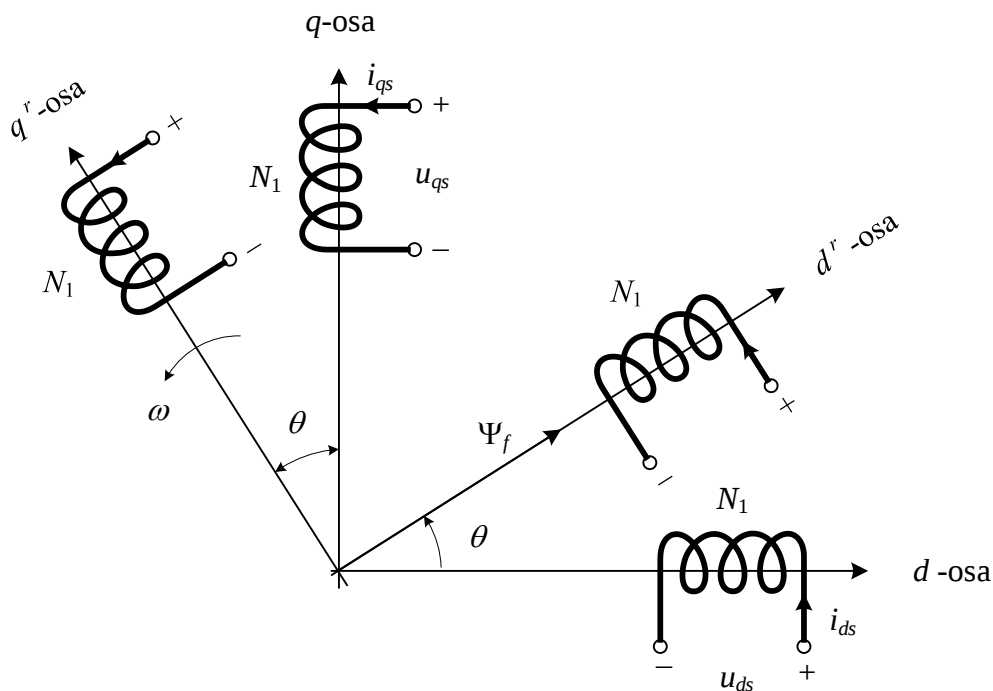
-Treba zapaziti da u jednačinama anizotropnog PMSM-a $L_q \neq L_d$ (sa ukopanim PM, IM-PMSM) induktivnosti zavise od položaja rotora. Rešenja takvih jednačina postaju otežana uprkos upotrebi računara. Pored toga, jednačine u njihovoj sadašnjoj formi ne pružaju uvid u dinamiku mašine.

- Ako se zavisnost induktivnosti od položaja rotora eliminiše transformacijom, onda jednačine mogu postati pogodne za dobijanje osnovnih rezultata kao što su ekvivalentna šema, blok dijagram, funkcije prenosa i, pre svega, jednačine u stacionarnom stanju i fazorski dijagram. Oni su ključni za razumevanje mašine i njenih performansi kako u pogledu statike, tako i u pogledu dinamike.

- Sledeći korak je dobijanje transformacijom naponskih jednačina za stator, eliminacijom zavisnosti induktivnosti od položaja rotora.

Transformacija u referentni sistem vezan za rotor

- Zapaziti da položaj rotora određuje indukovanu ems usled rotacije i utiče na dinamički model PMSM-a. Zbog toga, gledajući ceo sistem sa rotora, tj. iz referentnog sistema vezanog za rotor, matrica induktivnosti postaje nezavisna od položaja rotora, što dovodi do pojednostavljenja sistema jednačina (transformacijom iz stacionarnog referentnog sistema u referentni sistem vezan za rotor, magnetopobudne sile ostaju iste).



Transformacija iz stacionarnog dq sistema (vezanog za stator) u referentni sistem vezan za rotor $d^r q^r$.

$$\vec{i}_{qds} = \begin{bmatrix} K^r \end{bmatrix} \vec{i}_{qds}^r$$

$$\vec{i}_{qds} = \begin{bmatrix} i_{qs} & i_{ds} \end{bmatrix}^t$$

$$\vec{i}_{qds}^r = \begin{bmatrix} i_{qs}^r & i_{ds}^r \end{bmatrix}^t$$

$$K^r = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad \left(K^r\right)^{-1} = \left(K^r\right)^t = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

- Brzina referentnog sistema vezanog za rotor je:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

- Slično:

$$\vec{u}_{qds} = \begin{bmatrix} K^r \end{bmatrix} \vec{u}_{qds}^r$$

$$\vec{u}_{qds} = \begin{bmatrix} u_{qs} & u_{ds} \end{bmatrix}^t$$

$$\vec{u}_{qds}^r = \begin{bmatrix} u_{qs}^r & u_{ds}^r \end{bmatrix}^t$$

- Zamenjujući prethodne izraze u naponske jednačine i d/dt sa p (operator diferenciranja), dobija se:

$$\begin{bmatrix} u_{qs}^r \\ u_{ds}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_q p & \omega L_d \\ -\omega L_q & R_s + L_d p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_f \omega \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Treba zapaziti da induktivnosti više ne zavise od položaja rotora, ali da je model i dalje nelinearan (postoji proizvod dve promenljive, struje statora i brzine rotora).
- Takođe važi:

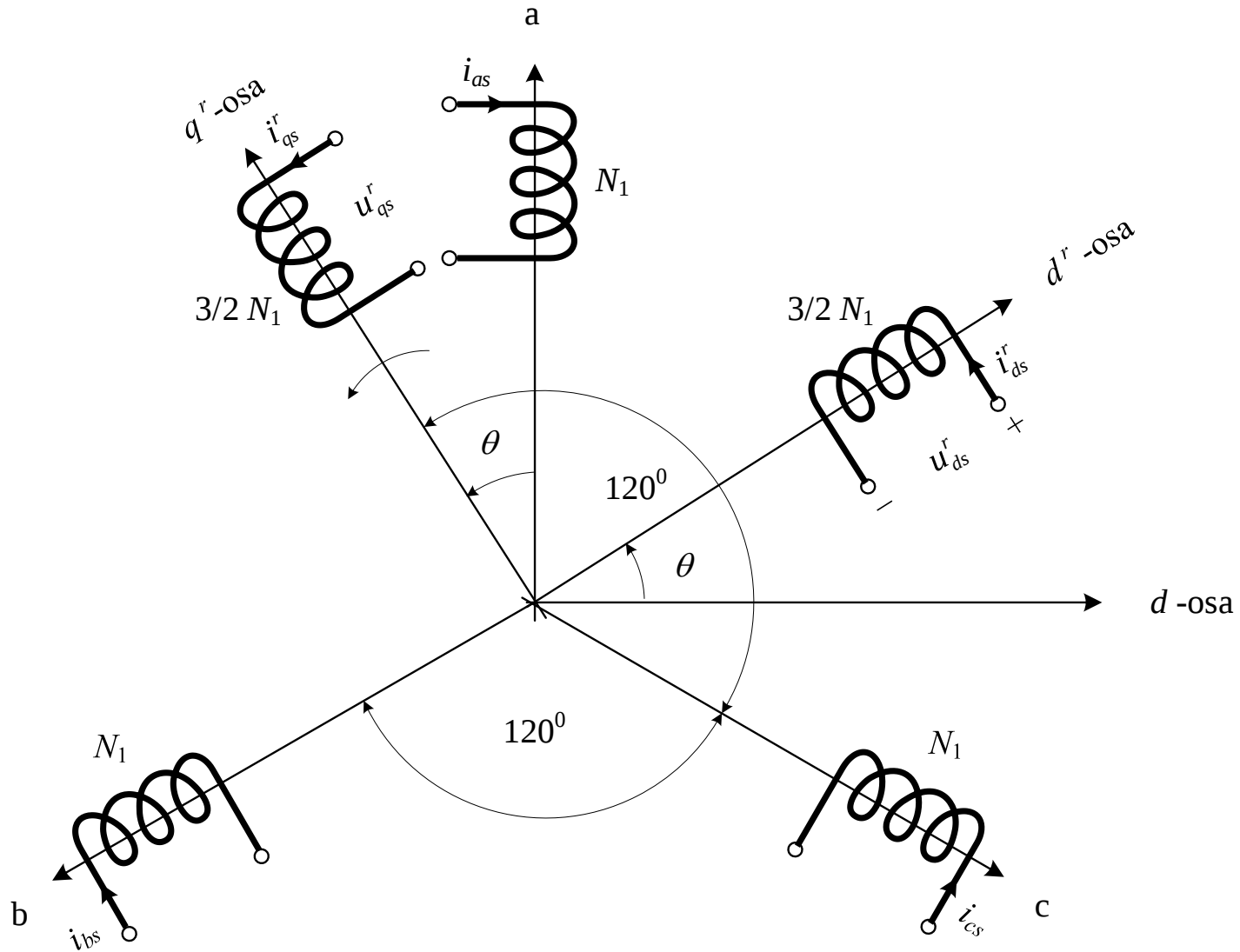
$$\vec{i}_{qds}^r = \left[K^r \right]^{-1} \vec{i}_{qds}$$

Transformacija dvofaznog u trofazni sistem

- Model koji je do sada razvijen važi za dvofazni PMSM, koji se retko koristi u industrijskim aplikacijama u kojima dominiraju trofazni PMSM. Zato treba izvesti dinamički model za trofazni PMSM na osnovu dvofaznog, uspostavljanjem ekvivalencije između tri i dve faze.
- Ovaj koncept se zasniva na jednakosti rezultatnih magnetopobudnih sila proizvedenih u dvofaznom i trofaznom namotaju i jednakosti amplituda (vršnih vrednosti) struja u oba sistema, po istom principu kao i kod asinhronih mašina.
- Treba primeniti množenje transformatorskom matricom $\mathbf{K}_s^{-1}$, za $\theta_{rs} = \theta$.

$$\mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{rs} & \sin \theta_{rs} & 1 \\ \cos(\theta_{rs} - \alpha) & \sin(\theta_{rs} - \alpha) & 1 \\ \cos(\theta_{rs} + \alpha) & \sin(\theta_{rs} + \alpha) & 1 \end{bmatrix}$$

Transformacija dvofaznog u trofazni sistem



- Veza između $dq0$ i abc struja je:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{i}_{qd0}^r &= \mathbf{K}_s \vec{i}_{abc} \\ \vec{i}_{qd0}^r &= \begin{bmatrix} i_{qs}^r & i_{ds}^r & i_0 \end{bmatrix}^t & \mathbf{K}_s &= \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \\ \vec{i}_{abc} &= \begin{bmatrix} i_{as} & i_{bs} & i_{cs} \end{bmatrix}^t \end{aligned}$$

Koeficijent transformacije $2/3$ obezbeđuje invarijantnost po impedansi.

- Takode važi:

$$\vec{i}_{abc} = \mathbf{K}_s^{-1} \cdot \vec{i}_{qd0}^r$$

$$\mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}$$

Izraz za snagu

- Ulazna snaga trofazne mašine mora biti jednaka ulaznoj snazi dvofazne mašine, što je vrlo značajno za modelovanje, analizu i simulacije. Ovakav princip je usvojen u izvođenju izraza za snagu:

$$p_i = \vec{u}_{abc}^t \vec{i}_{abc} = u_{as} i_{as} + u_{bs} i_{bs} + u_{cs} i_{cs}$$

$$\vec{i}_{abc} = \mathbf{K}_s^{-1} \cdot \vec{i}_{qd0}^r$$

$$\vec{u}_{abc} = \mathbf{K}_s^{-1} \cdot \vec{u}_{qd0}^r$$

$$p_i = \left(\vec{u}_{qd0}^r \right)^t \left(\mathbf{K}_s^{-1} \right)^t \left(\mathbf{K}_s^{-1} \right) \vec{i}_{qd0}^r$$

$$p_i = \frac{3}{2} \left[\left(u_{qs}^r i_{qs}^r + u_{ds}^r i_{ds}^r \right) + 2u_0 i_0 \right]$$

$$p_i = \frac{3}{2} \left[u_{qs}^r i_{qs}^r + u_{ds}^r i_{ds}^r \right] \quad \begin{array}{l} \text{- Nultih komponenti nema u} \\ \text{uravnoteženom sistemu napona i} \\ \text{struja.} \end{array}$$

Izraz za snagu i elektromagnetni moment

-Elektromagnetni moment je najvažnija izlazna veličina koja određuje mehaničku dinamiku mašine, kao što je pozicija rotora i brzina. Određuje se na osnovu izraza za mehaničku (izlaznu) snagu. Dakle, izlazna snaga je razlika između ulazne snage i gubitaka snage u stacionarnom stanju.

- Na osnovu ovih zaključaka, elektromagnetni moment je izveden na sledeći način, polazeći od naponske jednačine (slajd 6),

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{qs}^r \\ u_{ds}^r \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_s} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix}}_{\vec{i}_{qds}^r} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos(2\theta) & -L_2 \sin(2\theta) \\ -L_2 \sin(2\theta) & L_1 - L_2 \cos(2\theta) \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}_s} \cdot \frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix}}_{\vec{i}_{qds}^r} + \\ &+ \underbrace{\omega \cdot 2 \cdot L_2 \cdot \begin{bmatrix} -\sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \\ -\cos(2\theta) & \sin(2\theta) \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix}}_{\vec{i}_{qds}^r} + \underbrace{\omega \cdot \psi_f \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix}}_{\vec{e}_{qds}^r} \end{aligned}$$

i izraza za ulaznu snagu:

$$p_i = \frac{3}{2} \left[u_{qs}^r i_{qs}^r + u_{ds}^r i_{ds}^r \right]$$

$$\begin{aligned}
 p_i &= \frac{3}{2} \left[u_{qs}^r i_{qs}^r + u_{ds}^r i_{ds}^r \right] \\
 &= \frac{3}{2} \left[R_s \left[\left(i_{qs}^r \right)^2 + \left(i_{ds}^r \right)^2 \right] + \left\{ L_q i_{qs}^r p i_{qs}^r + L_d i_{ds}^r p i_{ds}^r \right\} + \omega \left\{ \psi_f + \left(L_d - L_q \right) i_{ds}^r \right\} i_{qs}^r \right]
 \end{aligned}$$

- Prvi član u izrazu za snagu predstavlja električne gubitke u statoru, drugi promenu magnetne energije u sprežnom polju, a treći član predstavlja snagu obrtnog polja.

$$p_m = \omega_m m_e = \frac{3P}{2} \omega_m \left[\psi_f + \left(L_d - L_q \right) i_{ds}^r \right] i_{qs}^r$$

$$m_e = \frac{p_m}{\omega_m} = \frac{3P}{2} \left[\psi_f + \left(L_d - L_q \right) i_{ds}^r \right] i_{qs}^r \text{ (Nm)}$$

Izraz za moment u karakterističnim slučajevima – statičke karakteristike

- Ako su struje statora PMSM-a definisane sledećim izrazima,

$$\begin{aligned}i_{qs} &= i_m \sin(\omega t + \delta) \\ i_{ds} &= i_m \cos(\omega t + \delta)\end{aligned}$$

gde je i_m amplituda struje statora i maksimalna vrednost struje u d i q osi, a ugao δ je ugao momenta (ugao između ose permanentnih magneta i fazora struje statora).
Primenom transformacije pomoću matrice K' , struje statora u referentnom sistemu vezanom za rotor postaju:

$$\begin{aligned}i_{qs}^r &= i_m \sin \delta \\ i_{ds}^r &= i_m \cos \delta\end{aligned}$$

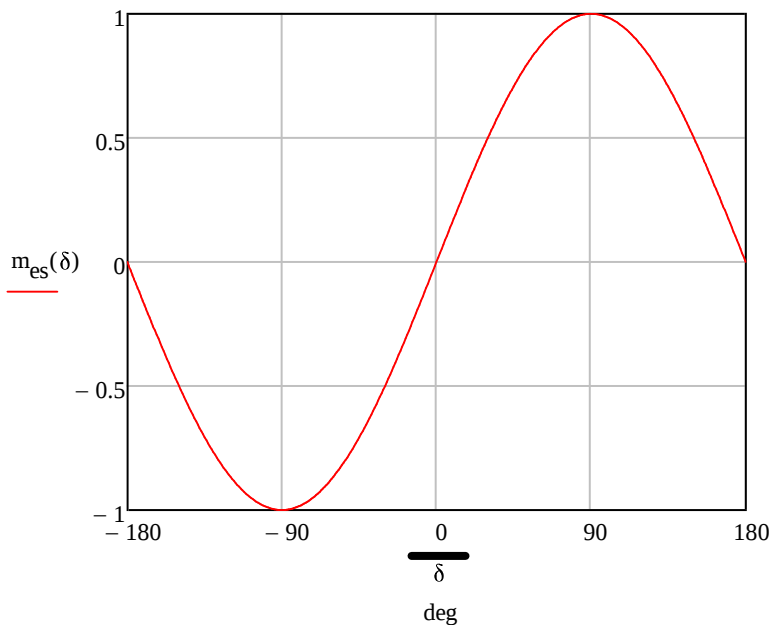
- Zamenom q i d komponente struje statora iz referentnog sistema vezanog za rotor u izraz za moment, dobija se:

$$m_e = \frac{3P}{2} \left[\psi_f i_m \sin \delta + \frac{1}{2} (L_d - L_q) i_m^2 \sin 2\delta \right] (\text{Nm})$$

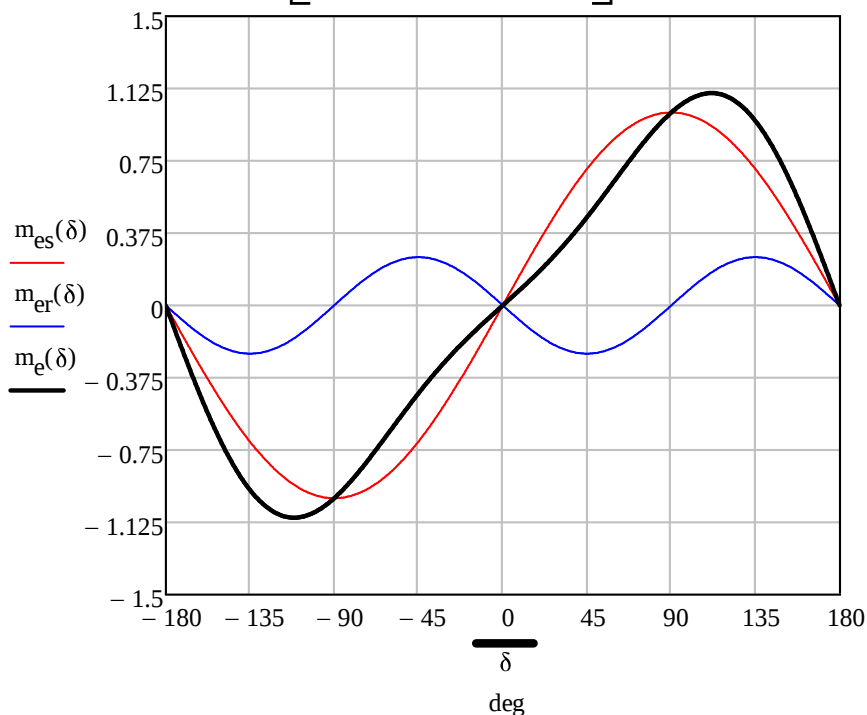
Zavisnost momenta PMSM-a od δ ugla momenta (snage) statička karakteristika

- Treba zapaziti da moment ima dve komponente:
 - sinhroni moment m_{es} (prva komponenta koja predstavlja proizvod fluksa rotora i q komponente struje statora u referentnom sistemu vezanom za rotor)
 - reluktantni moment m_{er} (druga komponenta, posledica anizotropnosti rotora)

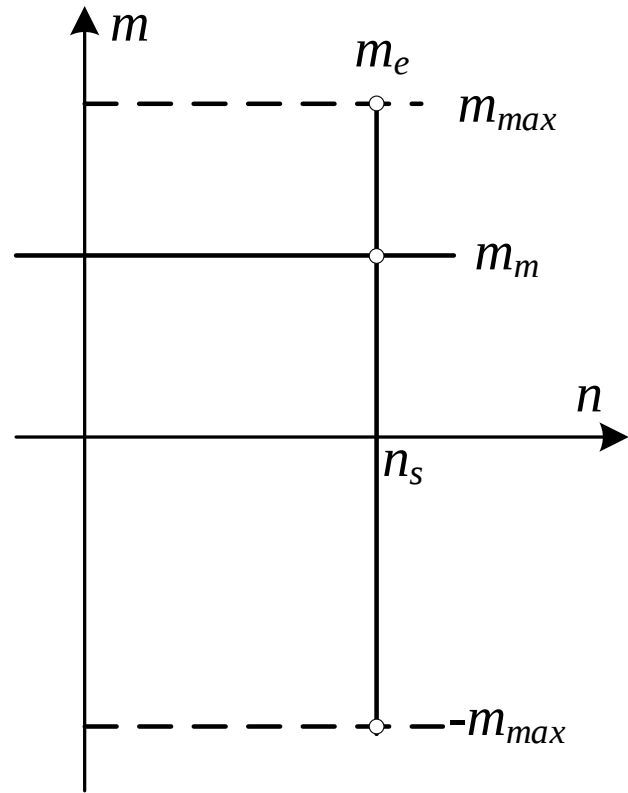
$$m_{es} = \frac{3P}{2} \psi_f i_m \sin \delta$$



$$m_{er} = \frac{3P}{2} \left[\frac{1}{2} (L_d - L_q) \right] i_m^2 \sin 2\delta$$



Izraz za moment preko flukseva statora



Mehanička karakteristika
sinhronne mašine

$$\psi_{ds}^r = \psi_f + L_d i_{ds}^r$$

$$\psi_{qs}^r = L_q i_{qs}^r$$

- Izražavanjem struja preko flukseva i
zamenom u izraz za momenat

$$m_e = \frac{3P}{2} \left[\psi_f + (L_d - L_q) i_{ds}^r \right] i_{qs}^r$$

$$m_e = \frac{3P}{2} \frac{1}{L_q} \left[\rho \psi_f + (1 - \rho) \psi_{ds}^r \right] \psi_{qs}^r =$$

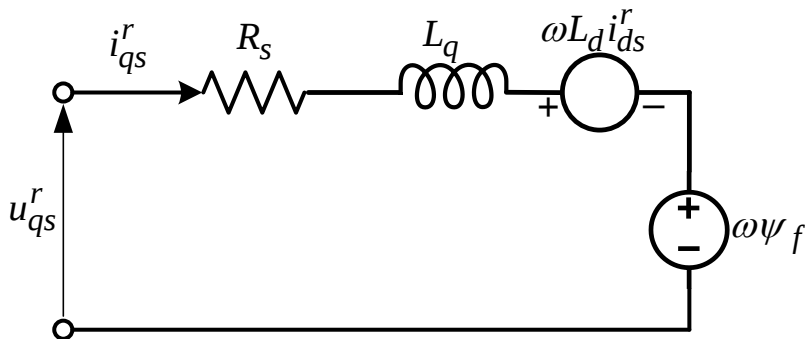
$$m_e = \frac{3P}{2} \left[\psi_{ds}^r i_{qs}^r - \psi_{qs}^r i_{ds}^r \right]$$

$$\rho = \frac{L_q}{L_d} \quad \rho - \text{koeficijent anizotropnosti}$$

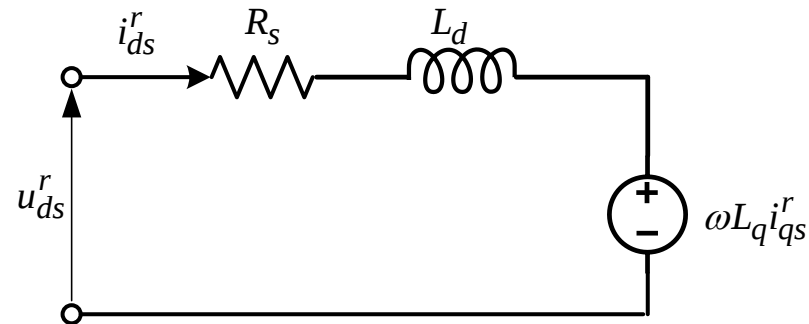
EKVIVALENTNE ŠEME ZA PMSM

- Stacionarna radna stanja sinhronog motora, analiziraju se pomoću ekvivalentnih šema, fazorskih dijagrama i mehaničkih karakteristika. Stacionarna stanja se dobijaju kada se svi izvodi promenljivih u dinamičkom modelu izjednače sa 0.

$$\begin{bmatrix} u_{qs}^r \\ u_{ds}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_q p & \omega L_d \\ -\omega L_q & R_s + L_d p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_f \omega \\ 0 \end{bmatrix}$$



a)



b)

Ekvivalentne šeme sinhronog motora sa PM-a za dinamičke režime, bez uvažavanja gubitaka u gvožđu statora: a) ekvivalentna šema po q osi, b) ekvivalentna šema po d-osi

Model PMSM u normalizovanom domenu

- Osnovne bazne veličine:

$$U_b = \sqrt{2}U_{nf}$$

$$I_b = \sqrt{2}I_{nf}$$

$$P_b = 3U_{nf}I_{nf} = \frac{3}{2}U_bI_b$$

$$\omega_b = 2\pi f_b, \quad f_b = f_n$$

- Izvedene bazne veličine:

$$Z_b = \frac{U_b}{I_b}, \quad L_b = \frac{\psi_b}{I_b}$$

$$\psi_b = \frac{U_b}{\omega_b}$$

$$M_b = \frac{P_b}{\frac{\omega_b}{P}} = \frac{3P}{2} \frac{U_b I_b}{\omega_b} = \frac{3P}{2} \psi_b I_b$$

- Ako definišemo vrednosti u normalizovanom domenu na sledeći način:

$$R_{s*} = \frac{R_s}{Z_b} [\text{r.j.}], \quad L_{q*} = \frac{L_q}{L_b} [\text{r.j.}], \quad L_{d*} = \frac{L_d}{L_b} [\text{r.j.}], \quad \omega_* = \frac{\omega}{\omega_b} [\text{r.j.}]$$

$$i_{qs*}^r = \frac{i_{qs}^r}{I_b} [\text{r.j.}], \quad i_{ds*}^r = \frac{i_{ds}^r}{I_b} [\text{r.j.}], \quad u_{qs*}^r = \frac{u_{qs}^r}{U_b} [\text{r.j.}], \quad u_{ds*}^r = \frac{u_{ds}^r}{U_b} [\text{r.j.}]$$

Model PMSM u normalizovanom domenu

- Model PMSM u normalizovanom domenu je:

$$u_{qs}^r = (R_s^* + \frac{L_q^*}{\omega_b} p) i_{qs}^r + \omega_* \left(L_d^* i_{ds}^r + \psi_{f^*} \right) [\text{r.j.}]$$

$$u_{ds}^r = -\omega_* L_q^* i_{qs}^r + \left(R_s^* + \frac{L_d^*}{\omega_b} p \right) i_{ds}^r [\text{r.j.}]$$

$$m_{e^*} = \frac{m_e}{M_b} = i_{qs}^r \left[\psi_{f^*} - (L_d^* - L_q^*) i_{ds}^r \right] [\text{r.j.}]$$

Umesto „*“ može se ispred jednačina koristiti oznaka [N] za normalizovan domen.

Strategije upravljanja PMSM: Vektorsko upravljanje

- Izvodi se iz dinamičkog modela PMSM, polazeći od faznih struja statora:

$$\begin{aligned}i_{as} &= i_s \sin(\omega t + \delta) \\i_{bs} &= i_s \sin\left(\omega t + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) \\i_{cs} &= i_s \sin\left(\omega t + \delta + \frac{2\pi}{3}\right)\end{aligned}$$

Gde je

ω – električna brzina rotora

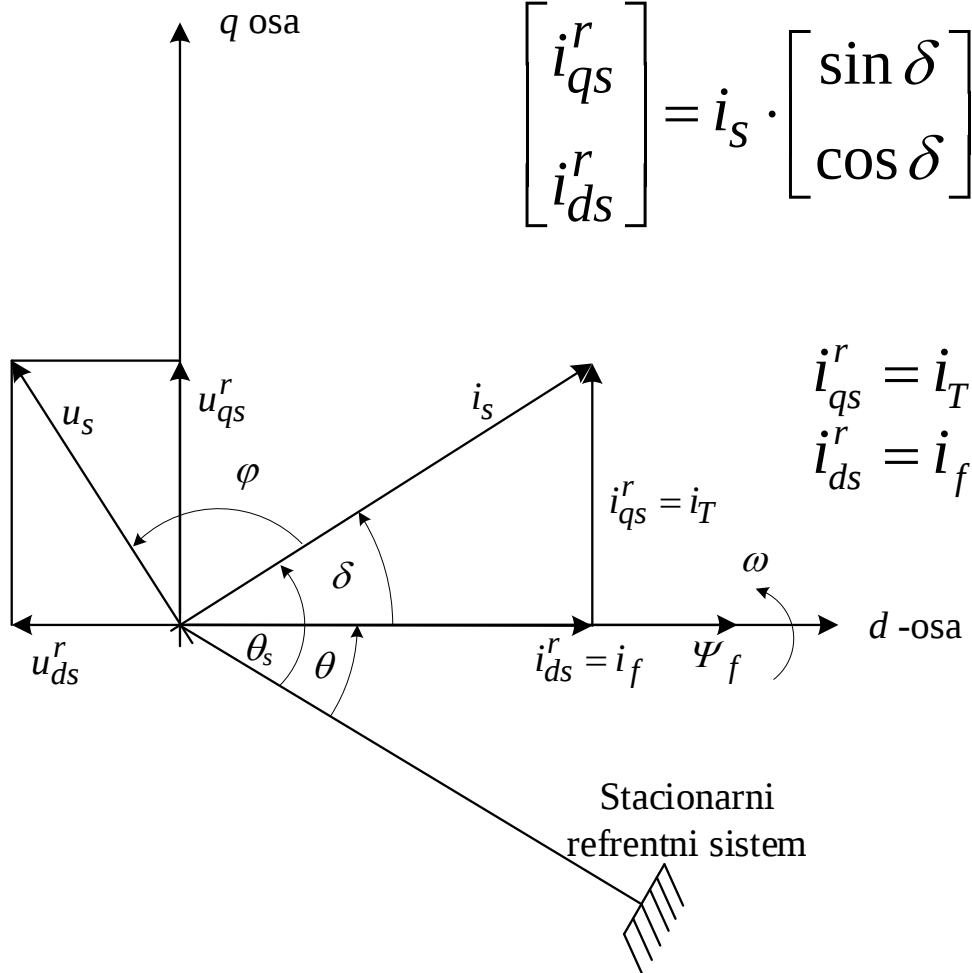
δ – ugao između fluksa rotora i fazora struje statora (ugao momenta, ugao opterećenja)

$$\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \omega t & \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \omega t & \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}$$

Vektorsko upravljanje

- Zamenjujući izraze za struje statora u prethodni izraz, dobija se:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} = i_s \cdot \begin{bmatrix} \sin \delta \\ \cos \delta \end{bmatrix}$$



i_T - Komponenta statorske struje koja je proporcionala momentu

i_f - Komponenta statorske struje koja je proporcionala statorskom fluksu u osi permanentnih magneta

Fazorski dijagram PMSM

Izraz za moment

- Polazeći od izraza za moment PMSM:

$$m_e = \frac{3P}{2} \left[\psi_f i_{qs}^r + (L_d - L_q) i_{ds}^r i_{qs}^r \right] \text{Nm} \quad (1)$$

- Ako je $i_{ds}^r = 0 \Rightarrow \delta = 90^\circ$ ili -90° , onda PMSM ima potpuno analogno ponašanje motoru jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom.

$$m_e = \frac{3P}{2} \psi_f i_{qs}^r = K_1 \psi_f i_{qs}^r, \quad K_1 = \frac{3P}{2} \quad (2)$$

Izraz za rezultatni fluks

- Izraz za rezultatni fluks u zazoru mašine, koji predstavlja zbir fluksa statora i fluksa rotora, glasi:

$$\psi_m = \sqrt{\left(\psi_f + L_d i_{ds}^r\right)^2 + \left(L_q i_{qs}^r\right)^2} = \sqrt{\psi_{ds}^2 + \psi_{qs}^2} \quad (3)$$

-Ovaj izraz je bitan ukoliko je potrebno da PMSM radi u oblasti slabljenja polja.

- Ukoliko je $\delta > 90^\circ \Rightarrow i_{ds}^r < 0^\circ$, pa rezultatni fluks u zazoru mašine opada, što predstavlja osnovu za realizaciju rada PMSM u oblasti slabljenja polja.

Glavni zaključci

- 1. Ukoliko je $\delta < 0^\circ \Rightarrow i'_{qs} < 0^\circ$, za usvojeni pozitivan smer obrtanja rotora, mašina će da radi u generatorskom režimu rada (negativan znak momenta i snage, kočenje).
- Mašinom upravljamo najčešće tako što držimo $i'_{ds}=0$, odnosno ugao $\delta=90^\circ$ u motornom režimu rada i $\delta=-90^\circ$ u generatorskom režimu rada (kočenje).
- 2. Mašinom možemo da upravljamo tako što, na osnovu izraza za moment, promenom ugla momenta δ , ili amplitude statorsche struje, ostvarujemo upravljanje momentom PMSM koji se napaja iz invertora.
- 3. Kružna učestanost fazora statorsche struje određena je brzinom obrtanja rotora (ω el. rad/s), dok je promena brzine obrtanja određena Njutnovom jednačinom.
- 4. Pokazano je da je PMSM u upravljačkom smislu analogna jednosmernoj mašini sa nezavisnom pobudom. Pobuda se dobija iz stalnih magneta, a i'_{qs} je komponenta struje statora proporcionalana momentu.

Realizacija vektorskog upravljanja (motor upravljan po momentu)

- Ako su zadate referentne vrednosti za moment i fluks permanentnih magneta na ulazu u upravljački deo pogona sa PMSM, i ako se smatra da je $L_d=L_q$ (razmatra se slučaj SM-PMSM), onda se:

Korak 1: referentna vrednost za i_{qs}^* dobija iz izraza za momenat (2):

$$i_{qs}^* = \frac{2m_e^*}{3P\psi_f}$$

Korak 2: referentna vrednost struje statora u d osi održava se na 0, $i_{ds}^*=0$.

Korak 3: Na osnovu prethodnih koraka određuju se referentne vrednosti struje statora i_s^* za ugao $\delta^*=\pm 90^\circ$ (u zavisnosti od znaka momenta, odnosno q komponente struje).

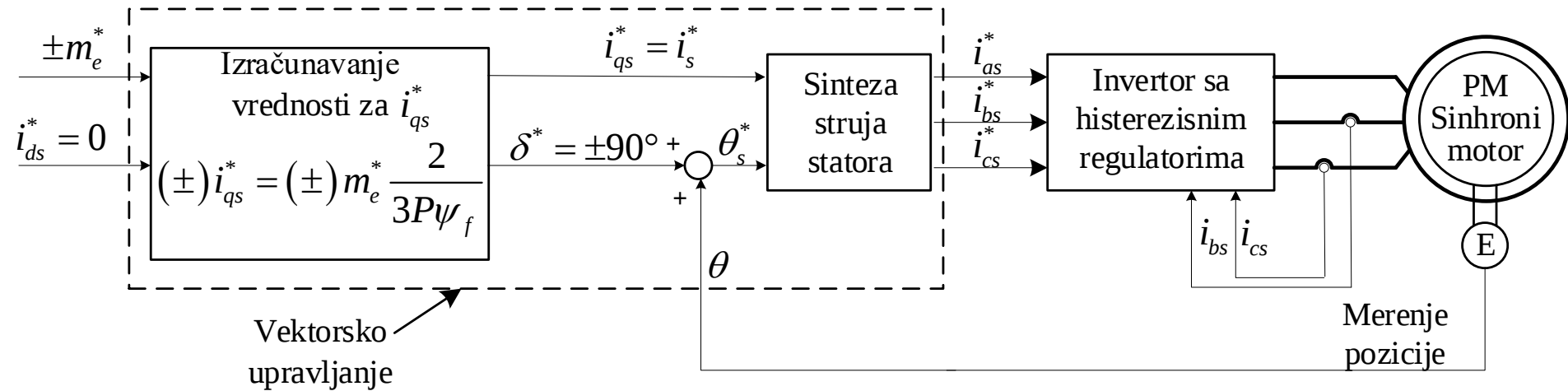
Kada je $L_d \neq L_q$, upravljački algoritam je malo komplikovaniji – mora se pretpostaviti početna vrednost struje i_{ds}^* , ili odrediti prema nekom nadređenom algoritmu upravljanja.

Korak 4: Određivanje referentne vrednosti za fazni stav struje statora u stacionarnom ref. sistemu (pozicija rotora se meri):

$$\theta_s^* = \theta + \delta^* = \omega t + \delta^*$$

Korak 5: Određivanje referentnih vrednosti za fazne struje statora:

$$\begin{bmatrix} i_{as}^* \\ i_{bs}^* \\ i_{cs}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_T^* \\ i_f^* \end{bmatrix} = i_s^* \begin{bmatrix} \sin(\theta + \delta^*) \\ \sin\left(\theta + \delta^* - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\theta + \delta^* + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$



Blok dijagram vektorski upravljano pogona sa PMSM:
upravljanje po momentu

Literatura:

- [1] Ramu Krishnan, "Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Drives", CRC Press, Sept 2009, ISBN 9780824753849
- [2] Darko Marčetić, Petar Matic, "Digitalno regulisani elektromotorni pogoni", ETF Banja Luka i Akademska misao Beograd, ISBN 978-99955-46-41-0, 2020.god